

# Tópicos Especiais em Algoritmos

## Busca Completa

### Editorial

Daniel Saad Nogueira Nunes

#### UVA 10181: 15-Puzzle Problem

Este quebra-cabeça pode ser resolvido através da técnica de *backtracking*. Contudo, para que seja possível resolvê-lo em tempo hábil, é preciso adicionar algumas heurísticas ao *backtracking*. Antes de comentar sobre elas, precisamos abordar a solucionabilidade do quebra-cabeça e a distância de Manhattan.

#### Solucionabilidade do Quebra-Cabeça

O 15-Puzzle Problem nem sempre pode ser solucionado. Felizmente existe uma forma fácil de verificar se o 15-Puzzle é solucionável. Precisamos apenas:

1. Contar o número de “inversões”.
2. Armazenar o índice da linha em que o espaço em branco se encontra originalmente.

Uma **inversão** ocorre sempre que um quadrado é maior que outro mas se encontra antes dele, utilizando a ordem de cima para baixo e esquerda para direita.

Temos o seguinte teorema [Gee]:

- Se o índice da linha em que o espaço em branco se encontra é par e o número de inversões é ímpar, o 15-Puzzle é solucionável.
- Se o índice da linha em que o espaço em branco se encontra é ímpar e o número de inversões é par, o 15-Puzzle é solucionável.

- Se nenhuma das condições é atingida, o 15-Puzzle é insolucionável.

Para este teorema, considera-se que a primeira linha ocupa o índice 1.

## Distância de Manhattan

A distância de Manhattan estabelece o número mínimo de movimentos para se deslocar em um grid onde apenas movimentos horizontais ou verticais é possível.

Sejam dois pontos  $p_1 = (x_1, y_1)$  e  $p_2 = (x_2, y_2)$ . A distância de Manhattan  $m_d$  entre os dois pontos no grid é dado por:

$$m_h(p_1, p_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

## Otimizando o Backtracking

Agora que descrevemos os conceitos necessários, podemos abordar como otimizar a técnica de *backtracking* para resolver o 15-Puzzle.

Antes de tentar resolver o quebra-cabeça propriamente dito, é importante verificar se ele não possui solução: apenas se houver solução aplicamos a técnica de backtracking.

Ao aplicar o backtracking, podemos realizar uma poda, que é quando a recursão é interrompida prematuramente ao ter ciência que a solução não pode ser melhorada e retorna-se um estado anterior. Se computarmos a **soma das distâncias de Manhattan** de cada quadrado em relação à sua posição final do 15-Puzzle, teremos uma **cota inferior** para o número de movimentos que ainda restam fazer para resolver o quebra cabeça. Se esta soma mais o número de movimentos realizados até então for maior ou que a melhor solução (ou 50), não vale a pena insistir neste caminho e a poda pode ser aplicada.

Outra estratégia que é interessante que seja incorporada à busca é nunca executar um movimento simétrico ao último realizado. Por exemplo, se o último movimento foi movimentar o espaço em branco pra cima, não faz sentido que o próximo movimento seja movimentá-lo para baixo. É importante manter registro do último movimento realizado para evitar movimentos supérfluos.

## Referências

[Gee] Geeks for Geeks, *How to check if an instance of 15 puzzle is solvable?*, <https://www.geeksforgeeks.org/>

`check-instance-15-puzzle-solvable/`, acessado em novembro/2021.