

Introdução

Teoria dos Grafos

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes



**INSTITUTO
FEDERAL**

Brasília

Campus
Taguatinga

Sumário

Introdução

Tipos de Grafos

Aplicações

Introdução

- ▶ Muitos problemas em Ciência da Computação são modelados em formas de relacionamento entre objetos, no sentido amplo da palavra.
- ▶ Precisamos de formalismo que consegue modelar relações presentes desde problemas envolvendo interações entre pessoas à problemas envolvendo redes gigantescas de computadores.
- ▶ A chave para resolução de muitos problemas computacionais pode residir em um único formalismo, os **grafos**.

Introdução

- ▶ A Teoria dos Grafos provê uma linguagem para falar de propriedades e relacionamentos dos objetos mencionados.
- ▶ Veremos que projetar um algoritmo novo usando grafos é extremamente complicado, muita das vezes, precisamos apenas utilizar um algoritmo já conhecido.
- ▶ Às vezes o mais difícil é modelar o problema em termos de grafos!

Introdução

Definição (Grafo)

Um grafo é uma dupla $G(V, E)$, onde V é o conjunto de vértices e E é o conjunto de arestas.

Introdução

- ▶ Repare que as arestas formam uma relação sobre o conjunto dos pares de vértices.
- ▶ Por exemplo, os vértices $v \in V$ poderiam representar cidades, enquanto uma aresta (u, v) informaria que estive uma rodovia entre a cidade u e v .
- ▶ As arestas representam relacionamentos entre os objetos!

Introdução

Tipos de Grafos

- ▶ Existem diversas especialidades de grafos.
- ▶ Cada qual com suas propriedades distintas, o que faz o seu uso mais adequado em determinados problemas:
 1. Simples $\times$ Não-simples.
 2. Dirigido $\times$ Não-dirigido.
 3. Com peso $\times$ Sem peso.
 4. Esparso $\times$ Denso.
 5. Cíclico $\times$ Acíclico.
 6. Incorporado $\times$ Topológico.
 7. Implícito $\times$ Explícito.
 8. Rotulado $\times$ Não-rotulado.

Sumário

Introdução

Tipos de Grafos

Aplicações

Tipos de Grafos

Simplex × Não-simplex

- ▶ Grafos simples não possuem estruturas complexas, tais como:
 - ▶ Loops: arestas que ligam o vértice nele mesmo.
 - ▶ Multiarestas: podemos ter várias arestas ligando dois vértices.

Tipos de Grafos

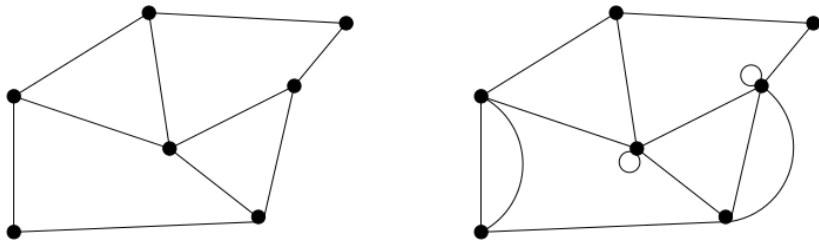


Figura: Simples $\times$ Não-simples.

Tipos de Grafos

Dirigido $\times$ Não-dirigido

- ▶ Um grafo é não-dirigido se a orientação das arestas não importa.
- ▶ Um grafo é dirigido se podemos ter arestas em uma única direção.
 - ▶ Muito útil para modelar problemas específicos.
 - ▶ Exemplo: uma via de mão única.

Tipos de Grafos

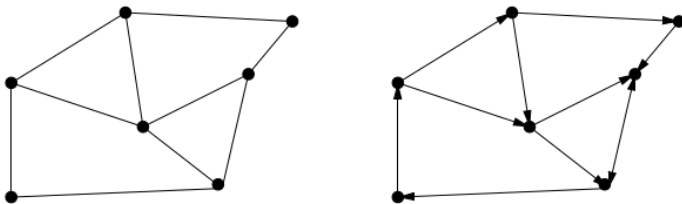


Figura: Dirigido $\times$ Não-dirigido.

Tipos de Grafos

Com Peso $\times$ Sem Peso

- ▶ Em um grafo com peso nas arestas, para cada aresta (u, v) , temos um peso relacionado a ela. que pode ser por exemplo números inteiros ou reais.
 - ▶ Muito utilizado em problemas de otimização, como o problema do menor caminho.

Tipos de Grafos

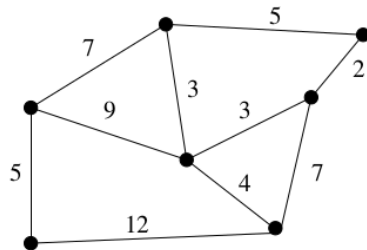
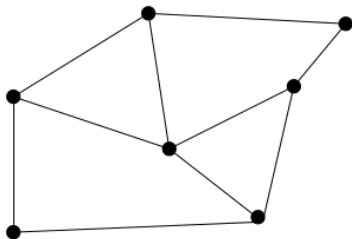


Figura: Com peso $\times$ Sem peso.

Tipos de Grafos

Esparso $\times$ Denso

- ▶ Ao todo podemos ter $\binom{n}{2}$ pares de vértices.
- ▶ Grafos são esparsos se temos apenas uma pequena fração de arestas sobre os possíveis pares de vértice
- ▶ Grafos densos possuem uma grande porção de ligações entre os vértices.
- ▶ Não há uma regra geral, geralmente dizemos que um grafo é denso se $|E| \in \Theta(n^2)$.

Tipos de Grafos

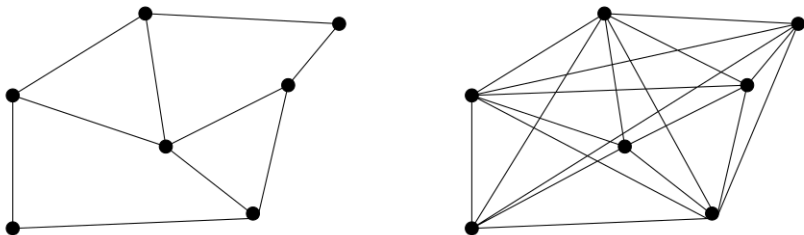


Figura: Esparso $\times$ Denso.

Tipos de Grafos

Cíclicos × Acíclicos

- ▶ Um grafo acíclico são grafos que não possuem ciclos.

Tipos de Grafos

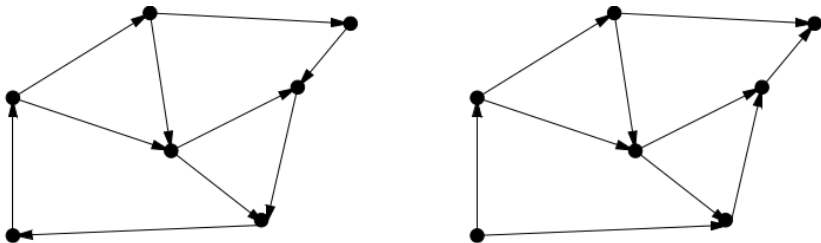


Figura: Cíclico × Acíclico.

Tipos de Grafos

Incorporado $\times$ Topológico

- ▶ Um grafo é incorporado se seus vértices estão mapeados em posições geométricas, como em um grid.
- ▶ Isso pode ter relevância em alguns problemas.
- ▶ Em problemas que isto não é importante, nos importamos apenas com a topologia do grafo (o esqueleto).

Tipos de Grafos

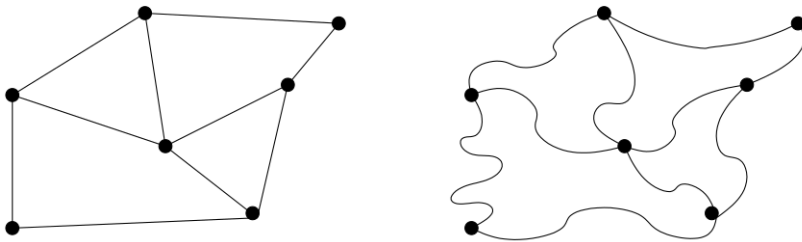


Figura: Incorporado $\times$ Topológico.

Tipos de Grafos

Implícitos × Explícitos

- ▶ Grafos implícitos vão sendo construídos conforme vamos utilizando eles.
 - ▶ Backtracking, simulação. . .
- ▶ Em outros casos, precisamos do grafo já construído para resolver certos problemas.

Tipos de Grafos

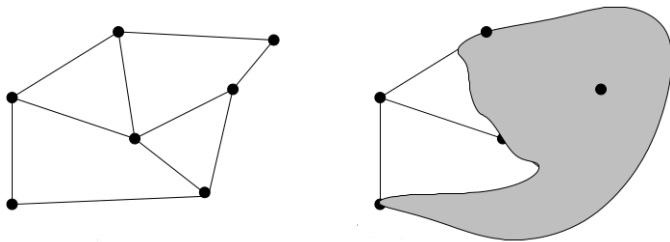


Figura: Implícito $\times$ Explícito.

Tipos de Grafos

Rotulado $\times$ Não rotulados

- ▶ Se o grafo é rotulado, a cada vértice é atribuído um rótulo que o identifica unicamente.
- ▶ Em grafos sem rótulo, não temos essa distinção.

Tipos de Grafos

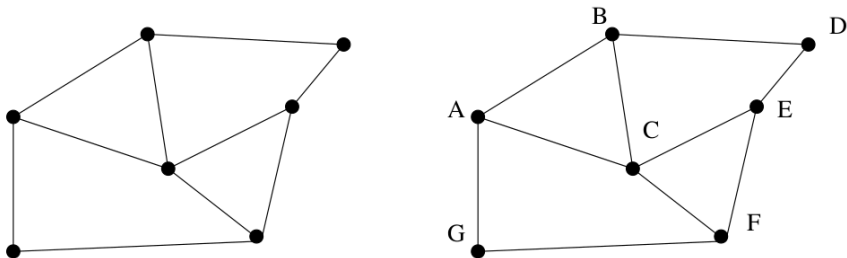


Figura: Rotulado $\times$ Não-rotulado.

Sumário

Introdução

Tipos de Grafos

Aplicações

Aplicações

- ▶ Usando esse formalismo, podemos resolver problemas reais!
- ▶ Desde problemas biológicos como problemas em rede de computadores!

Aplicações



Figura: Navegação.

Aplicações

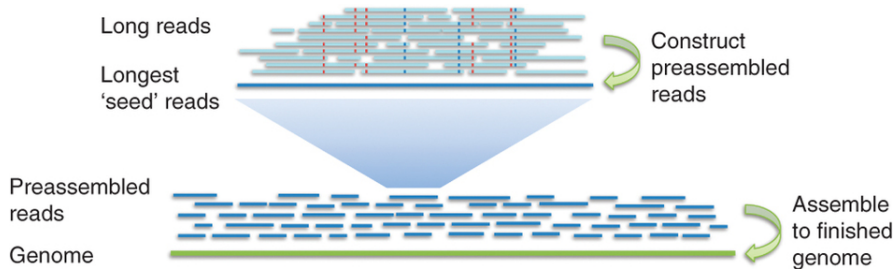


Figura: Montagem de Genomas.

Aplicações



Figura: Análise de Tráfego.

Aplicações



Figura: Redes de Computadores.

Aplicações

Exemplo

- ▶ Vamos começar nosso estudo desse incrível formalismo com uma modelagem simples.
- ▶ O grafo de relacionamento de pessoas!
 - ▶ Nosso Facebook.

Aplicações

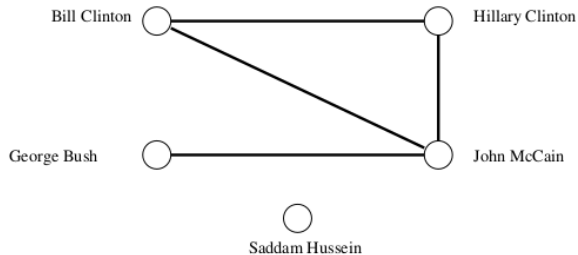


Figura: Grafo de relacionamento de pessoas.

Aplicações

Exemplo

- ▶ Através do grafo de relacionamento, podemos responder várias perguntas interessantes:
 - ▶ Meu amigo também me considera como amigo?
 - ▶ Qual é o nível da nossa amizade?
 - ▶ Eu sou amigo de mim mesmo?
 - ▶ Quem tem mais amigos?
 - ▶ Meus amigos moram perto de mim?
 - ▶ Você conhece esta pessoa?
 - ▶ Você é um indivíduo ou apenas um rosto?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Meu amigo também me considera como amigo?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Meu amigo também me considera como amigo?
- ▶ Existe uma aresta do seu amigo pra você?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Qual é o nível da nossa amizade?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Qual é o nível da nossa amizade?
- ▶ Quanto é o peso sobre a aresta que nos liga?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Eu sou amigo de mim mesmo?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Eu sou amigo de mim mesmo?
- ▶ O grafo é simples? Possuo um loop pra mim mesmo?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Quem tem mais amigos?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Quem tem mais amigos?
- ▶ Qual é o vértice que tem mais arestas saindo dele?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Meus amigos moram perto de mim?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Meus amigos moram perto de mim?
- ▶ Dado que o grafo é incorporado, qual a distância do seu vértice ao dos seus amigos?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Você é um indivíduo ou apenas um rosto?

Aplicações

Exemplo

- ▶ Você é um indivíduo ou apenas um rosto?
- ▶ O grafo é rotulado?