

# Tutorial: Abdução Alienígena

Vinicius Borges

A interpretação do problema mostra que se trata de um problema de caminhos mínimos em grafos. Podemos visualizar o mapa da zona rural como se fosse um grafo, em que cada abrigo é um vértice e as trilhas, que ligam dois abrigos, são as arestas. Assume-se que existem  $N$  vértices e  $M$  arestas nesse grafo.

Como o disco voador não precisa "andar/caminhar" pela trilha, percebe-se que o trajeto é feito voando e os pesos das arestas do grafo podem ser ignorados. Logo, a partir do abrigo de partida, o disco voador percorre o grafo por meio da técnica "busca em largura", podendo-se obter o menor caminho  $d_{DV}$  desde o vértice de partida até o vértice associado à cachoeira. Esse passo pode ser feito em uma complexidade computacional  $O(N + M)$ .

Aristênio precisa obrigatoriamente caminhar pelo terreno, então o menor caminho  $d_A$  desde a sua casa (vértice 1) até o abrigo deve ser feito utilizando o algoritmo de Dijkstra. A complexidade computacional para uma implementação utilizando uma heap mínima e representação do grafo por lista de adjacências é  $O(N + M \log N)$ .

Para que Aristênio consiga se salvar da abdução, basta verificar se  $d_A < d_{DV}$ . A complexidade computacional deste algoritmo é  $O(N + M) + O(N + M \log N)$ .

# Tutorial: Boate Azul

Daniel Porto

Para resolver o problema, deve-se criar todos os pares de letras possíveis a partir da entrada. Depois de ordenar esses pares, ir inserindo sempre o primeiro par na lista final e removendo todos os outros pares que contém as letras que estão sendo inseridas. Após isso, deve-se verificar se todas as letras foram inseridas para garantir a listagem correta.

# Tutorial: Carimbador Maluco

Guilherme Ramos

Para cada entrada, basta verificar se as palavras selado, registrado, carimbado, avaliado e rotulado existem, nesta ordem, na entrada. Uma forma é buscar cada uma delas e armazenar o índice em que ocorre na entrada. Se alguma não for encontrada, ‘‘Nao vai a lugar nenhum!’’. Caso contrário, a resposta é ‘‘Sim, sim, sim, sim!’’ apenas se os índices encontrados estão em ordem crescente.

# Tutorial: Entra no meu Time

Jeremias Moreira Gomes

O problema é focado na restrição de memória. Utilizando um vetor de 64 posições, é possível acumular a quantidade de bits por posição de todos os números da lista. Após o acúmulo, se a quantidade de bits daquela posição não for múltiplo de três, então aquele bit faz parte do número final.

# Tutorial: Formiguinhas

Guilherme Ramos

Leia duas linhas, ignore os conteúdos, e apresente as mensagens como indicadas nos exemplos.

# Tutorial: Hora de Ao Mossar

Alberto Neto

Pensando no problema como uma recorrência, podemos definir a função  $f$  com  $f(x)$  igual ao valor esperado de almoços começando com  $x$  centavos para alcançar 00 centavos. É claro que  $f(0) = 0$ , e temos a recorrência

$$f(x) = 1 + \sum_{j=0}^{99} p[j] * f((x + j) \% 100)$$

onde  $p[j]$  é a probabilidade de Duda comprar um almoço de  $j$  centavos. Se considerarmos cada  $f(x)$  como uma variável, teremos um sistema de equações lineares de 99 variáveis e 99 equações. Utilizando o algoritmo de Gauss, resolvemos o sistema e teremos o valor de todo  $f(x)$ .

O único problema dessa abordagem é que alguns valores podem ser inalcançáveis. Por exemplo, se tivermos almoços apenas de preços pares e começarmos com ímpar centavos, nunca será possível chegar no 00. Neste caso, o algoritmo de Gauss poderá acusar que não há solução para o sistema. Para evitarmos isso podemos fazer uma dfs a partir do 0 e encontrar todos os valores alcançáveis. Fazendo Gauss apenas para as variáveis alcançáveis e suas equações correspondentes, teremos uma única resposta.

# Tutorial: Jiraiya-ja-ya

Daniel Saad Nogueira Nunes

Esse problema pode ser resolvido através de programação dinâmica através da seguinte equação de recorrência:

$$dp[i][j] = \begin{cases} 0, & \text{se } i \geq j \\ dp[i+1][j-1], & s[i] == s[j] \\ \min\{dp[i+1][j] + 1, dp[i][j-1], dp[i+1][j-1]\} + 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A matriz de programação dinâmica deve ser preenchida diagonal à diagonal.

**Complexidade:**  $\Theta(n^2)$ , visto que cada célula da matriz pode ser preenchida em tempo constante.

**Solução alternativa:** outra forma de resolver o problema é computar a distância de edição da string  $S$  com o seu reverso e dividir o resultado por dois.

# Tutorial: Kaskata

Alberto Neto

Seja  $b_t$  um vetor tal que  $b_t[i]$  seja a quantidade de bolas na posição  $i$  no tempo  $t$ . Queremos encontrar  $b_m$ . Podemos montar uma matriz  $R$  da seguinte forma: na linha  $i$  da matriz temos 1 nas colunas  $i-1$  e  $i+1$ , e 0 nas outras. É fato que  $R * b_t = b_{t+1}$ , onde  $*$  é o produto usual de matrizes. A prova dessa afirmação fica de exercício ao leitor.

A resposta é precisamente  $b_0 + b_1 + \dots + b_m$ . Isso é o mesmo que calcular  $(R^0 + R^1 + \dots + R^m) * b_0$ , então basta encontrarmos a soma de potências de  $R$ .

Para calcular a soma das potências de  $R$ , notemos o seguinte. Se  $S = R^0 + \dots + R^{k-1}$  então  $S + R^k * S = R^0 + \dots + R^{2k-1}$ . Calculando estas somas para potências de 2 podemos calcular a soma desejada para  $m$ , basta olharmos para a expansão de  $m$  na base binária (de forma análoga ao algoritmo de exponenciação rápida).

# Tutorial: Labuta Diária

Daniel Saad Nogueira Nunes

Esse problema é uma versão do problema do ancestral comum mais baixo (Lowest Common Ancestor) ou, simplesmente, LCA.

Para resolvê-lo, podemos seguir os passos:

1. Faça um passeio Euleriano na árvore, armazenando o número de visitação, a altura, bem como a primeira vez que cada nó foi visitado no passeio. Compute também a distância da raiz a cada nó, o que pode ser feito simplesmente pegando a distância da raiz até o pai e somando com o custo da aresta do pai para o nó.
2. Crie uma árvore de segmentos sobre os nós visitados durante o passeio.

Para cada pergunta envolvendo dois nós  $u$  e  $v$ , basta:

1. Responda a consulta de mínimo (RMQ) usando a árvore de segmentos com base na primeira ocorrência dos nós  $u$  e  $v$  no passeio para achar o nó com menor numeração (ancestral comum mais baixo). Chame esse nó de  $w$ . Caso  $u$  seja ancestral de  $v$  ou vice-versa, basta escolher o de menor altura.
2. Dê como resposta a distância da raiz até  $u$ , somada a distância da raiz até  $v$  e descontar o resultado do dobro da distância da raiz até  $w$ .

**Complexidade:** para construir a árvore de segmentos, leva-se tempo  $\Theta(n)$ . Cada pergunta pode ser respondida em  $\Theta(\lg n)$ .