

# X Maratona UnB de Programação

## Caderno de Problemas

*31 de agosto de 2022*



(Este caderno contém 15 problemas)

### **Comissão Organizadora:**

Prof. Edson Alves da Costa Júnior (UnB/FGA)

Prof. Guilherme Novaes Ramos (UnB)

Prof. Vinicius Ruela Pereira Borges (UnB)

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes (IFB)

Alberto Tavares

Jeremias Moreira Gomes

José Marcos da Silva Leite

Leonardo Riether

Tiago de Souza Fernandes

### **Apoio:**

**ao vivo** 



**SU22**

## Lembretes

- É permitido consultar livros, anotações ou qualquer outro material impresso durante a prova, entretanto, o mesmo não vale para materiais dispostos eletronicamente.
- A correção é automatizada, portanto, siga atentamente as exigências da tarefa quanto ao formato da entrada e saída conforme as amostras dos exemplos. Deve-se considerar entradas e saídas padrão;
- Para cada problema, além dos testes públicos, o juiz executará a sua submissão contra uma série de testes secretos para fornecer um parecer sobre a correção do programa.
- Procure resolver o problema de maneira eficiente. Se o tempo superar o limite pré-definido, a solução não é aceita. Lembre-se que as soluções são testadas com outras entradas além das apresentadas como exemplo dos problemas;
- Utilize a aba *clarification* para dúvidas da prova. Os juízes podem opcionalmente atendê-lo com respostas acessíveis a todos;

## C/C++

- Seu programa deve retornar zero, executando, como último comando, `return 0` ou `exit 0`.

## Java

- Não declare ‘`package`’ no seu programa Java.
- Note que a convenção para o nome do arquivo fonte deve ser obedecida, o que significa que o nome de sua classe pública deve ser uma letra maiúscula igual a letra que identifica o problema.

## Python

- Tenha cuidado ao selecionar a versão correta na submissão.

# Problema A

## Alice, Bob e Charlie

Limite de tempo: 1s

Autor: Edson Alves

Alice, Bob e Charlie vão se reunir para comemorar o título do trio na Maratona UnB de Programação. Usando o sistema de metrô da cidade, Alice vai sair de sua casa e pegar o trem na estação  $A$  para se encontrar com Bob; Bob estará esperando Alice na estação  $B$ ; uma vez juntos, eles seguirão para a estação  $C$ , onde Charlie aguarda por ambos.

O sistema de metro da cidade é composto por  $N$  estações e  $N - 1$ , onde a  $i$ -ésima rota tem comprimento  $z_i$  permite o deslocamento bidirecional entre as estações  $x_i$  e  $y_i$ . O sistema é conectado, de modo que, a partir de uma dada estação, é possível chegar em qualquer uma das outras estações utilizando uma determinada sequência de rotas.

Dadas as estações  $A, B$  e  $C$ , determine a distância mínima que Alice deve andar de metrô até que o trio esteja reunido. Como eles ainda estão planejando a comemoração, os ajude avaliando  $Q$  cenários distintos.

### Entrada

A primeira linha da entrada contém o valor do inteiro  $N$  ( $3 \leq N \leq 2 \times 10^5$ ).

As próximas  $N - 1$  linhas descrevem as rotas do sistema do metrô, por meio de trios de inteiros  $x, y$  ( $1 \leq x, y \leq N, x \neq y$ ) e  $z$  ( $1 \leq z \leq 10^9$ ), separados por um espaço em branco, os quais indicam que a rota tem comprimento  $z$  e conecta bidirecionalmente as estações  $x$  e  $y$ .

A próxima linha contém o número  $Q$  ( $1 \leq Q \leq 2 \times 10^4$ ) de cenários a serem avaliados.

As  $Q$  linhas seguintes descrevem os cenários, por meio dos inteiros  $A, B$  e  $C$  ( $1 \leq A, B, C \leq N, A \neq B, A \neq C, B \neq C$ ), separados por um espaço em branco, que indicam as estações onde Alice, Bob e Charlie se encontram, respectivamente.

### Saída

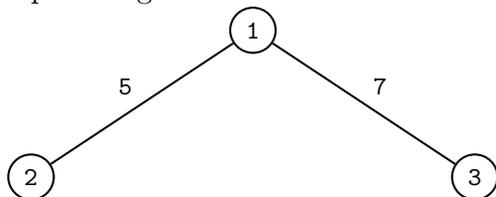
Para cada cenário imprima, em uma linha, na ordem da entrada, a distância mínima que Alice deve andar de metrô até que o trio esteja reunido.

### Exemplo

Entrada	Saída
3	17
1 2 5	
1 3 7	
1	
1 2 3	
9	3
1 2 3	55
1 3 5	20
2 4 1	19
3 5 8	7
3 6 11	
4 8 5	
4 9 2	
6 7 4	
5	
2 4 9	
8 7 9	
6 1 4	
5 3 6	
2 1 4	

## Notas

No primeiro cenário do primeiro caso de testes, o sistema de metrô pode ser representado pelo diagrama abaixo:



Alice deve viajar da estação 1 para a estação 2 por uma rota de comprimento 5. Em seguida, já acompanhada por Bob, ela deve refazer a rota para chegar novamente na estação 1 e daí seguir para a estação 3, num trecho de comprimento 7. Assim Alice andará uma distância total de  $5 + 5 + 7 = 17$ .

## Problema B

### Bozo Boboca

Limite de tempo: 1s

Autor: Guilherme Ramos

Alô criançada, o Bozo chegou! Infelizmente, não o grande Bozo Bozoca Nariz de Pipoca, aquele que trazia alegria para você e o vovô, mas uma versão alternativa nefasta (aquela que vem com marmelada, que é ladrão de mulher) – o Bozo Boboca Espalha Lorota.

Seu plano maléfico é usar o tempo de televisão para espalhar desinformação: Bozo Boboca inclui informações falsas no meio das verdadeiras durante suas falas. Felizmente, Papai Papudo sempre dá uma dica no início do programa para identificar essas lorotas!

Ajude o Papai Papudo! Se as letras da dica existirem, na mesma ordem, na sequência de letras iniciais das palavras ditas pelo Bozo Boboca, informe a população que é lorota!

### Entrada

A entrada consiste de uma linha com a dica, em letras minúsculas e sem espaços, com não mais de 100 caracteres. Ela é seguida de uma ou mais falas proferidas por Bozo Boboca, uma por linha. Cada fala tem pelo menos uma palavra, sendo que duas palavras são sempre separadas por um espaço e nenhuma fala tem mais de 1000 caracteres. A última fala, que sempre encerra o programa, é “Que horas sao? Sao 5 e 60!”.

### Saída

Para cada fala que contém falsidade, apresente a mensagem “#lorota”. Apresente “#tereteteu” caso contrário. Ignore a fala final, é apenas uma despedida.

### Exemplo

Entrada	Saída
birl	#lorota
Bob investe real, por isso lucra.	#tereteteu
Babushka in-real life!	#tereteteu
Trazendo alegria para voce e vovo.	
Que horas sao? Sao 5 e 60!	
oquei	#tereteteu
Quem em Itajuba uiva, olha!	#tereteteu
Glu-glu ie ie!	#lorota
Ontem que Umberto estudou ingles.	
Que horas sao? Sao 5 e 60!	

### Notas

Na primeira fala do primeiro exemplo, os caracteres da dica são encontrados na sequência de letras iniciais das palavras da primeira fala, mas não nas subsequentes.

Na primeira fala do segundo exemplo, os caracteres da dica são encontrados sequência, mas não na ordem correta.

## Problema C

# Chega de Palíndromos!

Limite de tempo: 1s

Autor: Edson Alves

José continua estudando programação competitiva com afinco. Porém, ele já não aguenta mais resolver problemas que envolvem palíndromos! Ele está tão farto de palíndromos que, por ele, nem os exemplos de testes dos problemas deveriam ter palíndromos, mesmo em suas substrings!

Ajude José escrevendo um programa que receba uma string  $s$  composta de  $N$  caracteres minúsculos e que, por meio de zero ou mais aplicações da operação descrita a seguir, modifique a string  $s$  de tal modo que qualquer substring de  $s$  de tamanho maior do que 1 não seja um palíndromo:

- Substitua o  $i$ -ésimo caractere de  $s$  ( $1 \leq i \leq N$ ) por um caractere alfabético minúsculo qualquer.

Como José gosta de programas eficientes, o número de aplicações da operação acima deve ser mínimo.

### Entrada

A primeira linha da entrada contém o valor do inteiro  $N$  ( $1 \leq N \leq 2 \times 10^5$ ), que indica o número de caracteres da string  $s$ .

A segunda linha contém uma string  $s$ , composta de  $N$  caracteres alfabéticos minúsculos.

### Saída

Imprima, em uma linha, o número mínimo de aplicações da operação necessário para que  $s$  não tenha nenhuma substring de tamanho maior do que 1 que seja um palíndromo.

Na linha seguinte, imprima a string  $s$  modificada. Caso exista mais de uma modificação possível com o número mínimo de operações, imprima qualquer uma delas.

### Exemplo

Entrada	Saída
3	1
aba	abc
6	2
banana	banbca
3	0
unb	unb

### Notas

No primeiro caso, a própria string  $s$  é um palíndromo. A substituição do terceiro caractere por 'c' faz com que  $s$  deixe de ser palíndromo, e suas duas substrings de tamanho 2 (a saber, "ab" e "bc") também não são palíndromos.

No segundo caso, algumas substrings de "banana" são palíndromos: "anana", "nana", "ana". Contudo, a substituição de dois caracteres ( $s[4] \rightarrow 'b'$  e  $s[5] \rightarrow 'c'$ ) é suficiente para que não restem mais substrings de tamanho maior do que 1 que sejam palíndromos.

No terceiro caso, não há substrings palíndromas em "unb", de modo que não é preciso aplicar a operação nenhuma vez.

## Problema D

### Decifrando Relatórios

Limite de tempo: 4s

Autor: Daniel Saad

Inúmeros relatórios envolvendo transações ilegais foram encontradas pela polícia federal na sua mais recente operação “Gizé”. Cada transação é composta por uma soma de dois números, resultando em um terceiro. Contudo, os relatórios estão cifrados. Cada dígito foi substituído por uma letra maiúscula, isto é, os números se tornaram palavras.

Para resolver este problema, os coordenadores da operação resolveram utilizar a seguinte estratégia. Para cada transação, foi assumido que o valor resultante da soma é a maior possível. Além disso, cada letra maiúscula corresponde a um algarismo, podendo letras diferentes apontarem para o mesmo algarismo. Obviamente, os números gerados a partir da correspondência não podem conter zeros à esquerda.

Como a pilha de relatórios só cresce, os coordenadores procuraram a sua ajuda para resolver o problema.

#### Entrada

A entrada possui três linhas com as palavras  $A$ ,  $B$  e  $C$ , as quais descrevem uma transação, isto é,  $C$  equivale a soma de  $A$  e  $B$ . É garantido que as palavras não são vazias, não ultrapassam 8 caracteres e que o número de caracteres distintos nas três palavras é no máximo 7.

#### Saída

Imprima, na primeira linha da saída, o maior valor possível para  $C$ . As próximas linhas devem descrever a correspondência utilizada para obter os números da transação. Cada uma destas linhas deve seguir o formato “ $c : d$ ” em que  $c$  corresponde a uma letra e  $d$  corresponde a um algarismo.

Caso não seja possível decifrar a transação, imprima uma única linha com o valor “-1”

#### Exemplo

Entrada	Saída
AB	100
A	A:9
BCC	B:1
	C:0
AB	101
A	A:9
CDC	B:2
	C:1
	D:0
AB	-1
BC	
AC	

---

## Notas

No caso em que seja possível decifrar o relatório, as correspondências podem ser dadas em qualquer ordem.

No primeiro exemplo, a maior soma que pode ser obtida é 100. Para chegar neste resultado, troca-se “A” por 9, “B” por 1 e “C” por zero, resultando na transação  $91+9=100$ .

No segundo exemplo, a maior soma que pode ser obtida é 101, ao trocar “A” por 9, “B” por 2 e “C” por 1 e “D” por 0.

No terceiro exemplo, não há correspondência que satisfaça a transação.

## Problema E

# É Melhor Chamar o Celso

Limite de tempo: 1s

Autor: Jeremias Gomes



No país da Albuquerqueândia, a inflação está totalmente descontrolada. As agências reguladoras do país estão fazendo o possível para controlar os preços, mas nada parece adiantar e os preços parecem aumentar todos os dias.

Um dos produtos mais afetados pela inflação é o kiné, bebida essencial na vida dos programadores, que dobra de preço ao final de cada dia. Como forma de tentar controlar o preço do kiné, o governo mandou inspecionar diariamente todas as lojas que vendem o produto, mas como a demanda é muito grande, eles acabaram optando por determinar um limite de preço para o produto e realizar inspeções consecutivas por um número determinado de dias; e se, durante o período das inspeções, o produto ultrapassar o valor limite, o governo irá acionar o advogado Selso, defensor dos programadores, para interditar o funcionamento do local.

Sabendo das inspeções, os donos das lojas pediram a sua ajuda para, dado o valor atual do kiné, o número de inspeções consecutivas e o valor limite do produto, informar qual o menor reajuste possível no preço do kiné (atenção: o valor não pode ser zerado), a ser realizado uma única vez antes do início das inspeções, de modo que, mesmo com os reajustes diários da inflação, a loja possa passar por todas as inspeções diárias.

### Entrada

A primeira linha da entrada contém o inteiro  $T$  ( $1 \leq T \leq 1.000$ ), que indica o número de casos de testes.

Cada uma das  $T$  linhas seguintes contém três inteiros  $P$  ( $1 \leq P \leq 10^{16}$ ),  $I$  ( $0 \leq I \leq 60$ ) e  $L$  ( $1 \leq L \leq 10^{16}$ ), separados por um espaço em, branco, que indicam, respectivamente, o preço atual do kiné, o número de inspeções consecutivas a serem realizadas e o limite de preço do kiné.

## Saída

Para cada caso de teste, seu programa deverá imprimir, em uma linha, um inteiro indicando em quanto o valor do kiné deverá ser reajustado (em quanto é necessário ser decrescido), para passar nas inspeções ou a string “Melhor chamar o Selso.”, caso não haja um valor de reajuste que permita a loja passar por todas as inspeções.

## Exemplo

Entrada	Saída
1 10 5 50	7
3 10 5 30 5 10 5 2 3 10	9 Melhor chamar o Selso. 0

## Notas

No primeiro exemplo, no único caso de teste, o valor final do kiné precisa ser reduzido em 7 unidades de valor. Dessa forma, seu valor antes da primeira inspeção é de 3, o ajuste de preços a cada dia após a inspeção fica o seguinte:

Dia da Inspeção	Preço do Kiné	Limite	Situação
1	3	50	OK
2	6	50	OK
3	12	50	OK
4	24	50	OK
5	48	50	OK

No segundo caso do segundo exemplo (5, 10, 5), mesmo que o preço do kiné seja reajustado para o valor mínimo, que é 1 (nenhum vendedor admite que o preço seja igual a zero), não é possível passar em todas as inspeções.

Dia da Inspeção	Preço do Kiné	Limite	Situação
1	1	5	OK
2	2	5	OK
3	4	5	OK
4	8	5	Irregular
5	16	5	Irregular
...	...	...	...

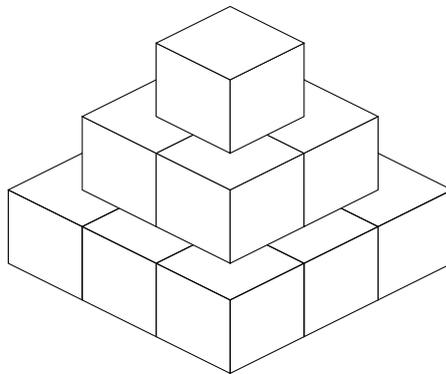
## Problema F

### Faraó e a Pirâmide

Limite de tempo: 1s

Autor: Edson Alves

O Faraó decidiu construir uma nova pirâmide. Ela deve ser construída a partir de uma base de  $N \times N$  tijolos, e cada novo nível a base ser reduzida em uma unidade em ambas dimensões, até o último nível, que deve ter um único tijolo. Todos os tijolos tem exatamente as mesmas medidas. A figura abaixo ilustra um pirâmide com  $N = 3$ , onde a base tem 9 tijolos, o primeiro nível tem 4 e o último apenas 1 tijolo:



Para dar início as obras, o Faraó e seus conselheiros precisam definir a estratégia de carregamentos dos tijolos, assumindo que já esteja definido que, em cada viagem, cada carroça deve transportar exatamente o mesmo número de tijolos. No caso de  $N = 3$ , seriam 4 estratégias possíveis:

- levar todos os 14 tijolos em uma única carroça;
- levar 7 tijolos em cada uma das 2 carroças;
- levar 2 tijolos em cada uma das 7 carroças;
- levar 1 tijolo em cada uma das 14 carroças.

Dado o valor de  $N$ , ajude o Faraó, determinando o número total de estratégias diferentes para carregar os tijolos para o ponto da construção, segundo as regras descritas.

#### Entrada

A entrada é composta por uma única linha, contendo o valor de  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^9$ ).

#### Saída

Imprima, em uma linha, o número total de estratégias diferentes de carregamento.

## Exemplo

Entrada	Saída
3	4
5	4
123456789	512

## Notas

O primeiro caso foi detalhado no texto do problema.

No segundo caso, são necessários  $5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 = 55$  tijolos no total. São 4 estratégias possíveis:

1. levar todos os tijolos em uma única carroça;
2. levar 11 tijolos em cada uma das 5 carroças;
3. levar 5 tijolos em cada uma das 11 carroças;
4. levar 1 tijolo em cada uma das 55 carroças.

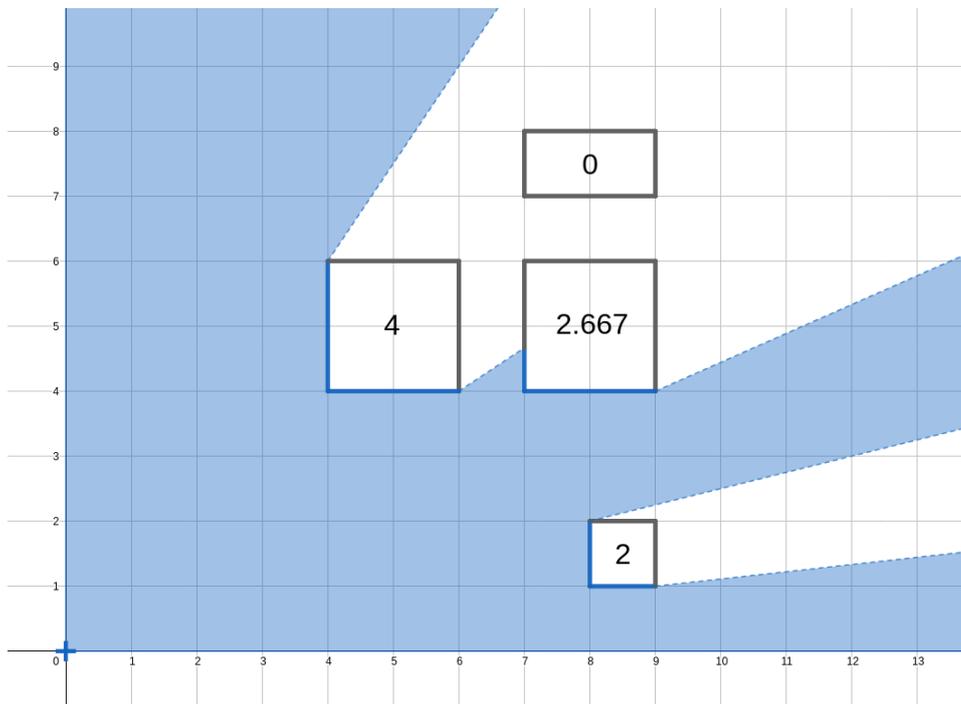
## Problema G

### Gastar Dinheiro? Não Quero!

Limite de tempo: 3s

Autor: Tiago Fernandes

As eleições estão chegando e o governador da região começou uma campanha publicitária para garantir sua reeleição. O governador contratou Duda, uma fotógrafa profissional, para tirar uma foto da cidade de ClearWaters, que é conhecida por seus edifícios, todos de mesma altura.



O mapa da cidade pode ser representado por um plano 2D, no qual os edifícios são representados por retângulos sem intercessão e com os lados paralelos aos eixos. Duda vai se posicionar no ponto  $(0, 0)$  para tirar a foto. Os edifícios da cidade estão todos degradados, e para passar uma boa impressão de seu governo, foi recomendado ao governador pintar os edifícios. Contudo, como o governador não gosta de gastar dinheiro, para cada edifício, ele quer pintar apenas as superfícies que vão necessariamente aparecer na foto.

Ajude a equipe de projetos a calcular, para cada edifício, o comprimento mínimo que deve ser pintado para que as partes que apareçam na foto estejam todas pintadas.

### Entrada

A primeira linha da entrada possui um inteiro  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ), representando o número de edifícios.

As próximas  $n$  linhas possuem 4 valores inteiros cada,  $x_1, y_1, x_2$  e  $y_2$  ( $1 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 \leq 10^6$ ), separados por um espaço em branco, indicando as coordenadas do ponto superior esquerdo e inferior direito do edifício, respectivamente.

## Saída

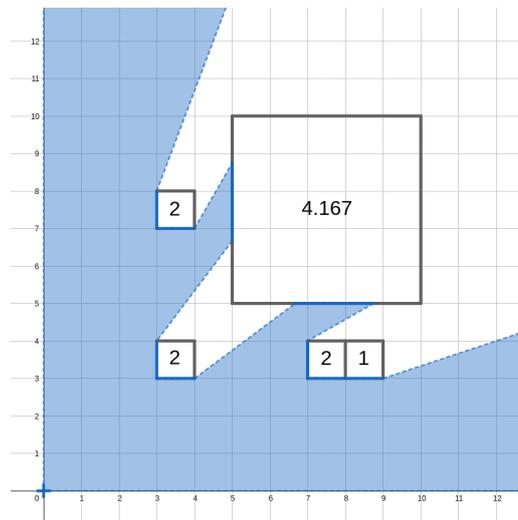
Para cada edifício, na mesma ordem da entrada, imprima, em uma linha, o comprimento desse edifício que deve ser pintado. A resposta será considerada correta se o erro absoluto for menor que  $10^{-6}$ .

## Exemplo

Entrada	Saída
4	0.0000000
7 8 9 7	4.0000000
4 6 6 4	2.6666667
7 6 9 4	2.0000000
8 2 9 1	
5	4.1666667
5 10 10 5	2.0000000
3 8 4 7	2.0000000
3 4 4 3	2.0000000
7 4 8 3	1.0000000
8 4 9 3	

## Notas

- O primeiro caso de teste pode ser visto na imagem do enunciado.
- O segundo caso de teste pode ser visto na imagem abaixo:



## Problema H

### Hound 6

Limite de tempo: 3s

Autor: Jeremias Gomes

Mandioquinha frita 1, 2, 3!



Hound 6 é uma misteriosa dinâmica na qual diferentes pessoas são convidadas com a promessa de receber uma grande recompensa, caso permaneçam até o final dos jogos.

Nessa dinâmica, o primeiro jogo proposto é o “Mandioquinha frita 1, 2, 3”. Nesse jogo, há uma boneca gigante que gira a cabeça e cantarola “Mandioquinha frita 1, 2, 3”. Depois que ela se vira, todos os participantes, que se encontram distribuídos de maneira distinta em uma arena bidimensional, devem permanecer imóveis e a boneca decidirá quais deles perderão e sairão do jogo. Ao final, avançam para o próximo jogo aqueles que não foram escolhidos pela boneca.

Para construir a boneca que faz a avaliação dos participantes durante o jogo (que na verdade é um robô com uma câmera), a *Flexnit* (organizadora do Hound 6) pediu a sua ajuda para, dada as coordenadas de todos os jogadores distribuídos na arena, identificar e informar aqueles que se encontram em um alinhamento que possui o máximo de jogadores possível.

### Entrada

A primeira linha da entrada contém um inteiro  $N$  ( $3 \leq N \leq 3.000$ ), que indica o número de jogadores.

Cada uma das  $N$  linhas seguintes contém dois inteiros  $X$  e  $Y$  ( $-600 \leq X, Y \leq 600$ ), separados por um espaço em branco, que indicam as coordenadas de um dos jogadores na arena.

### Saída

A primeira linha da saída deve conter um inteiro  $P$ , que indica a quantidade máxima de jogadores alinhados na arena.

Cada uma das  $P$  linhas seguintes devem conter dois inteiros  $R$  e  $S$  ( $-600 \leq R, S \leq 600$ ), separados por um espaço em, branco, em qualquer ordem, que indicam as coordenadas de cada jogador pertencente ao alinhamento com o número máximo (que certamente será escolhido pela boneca).

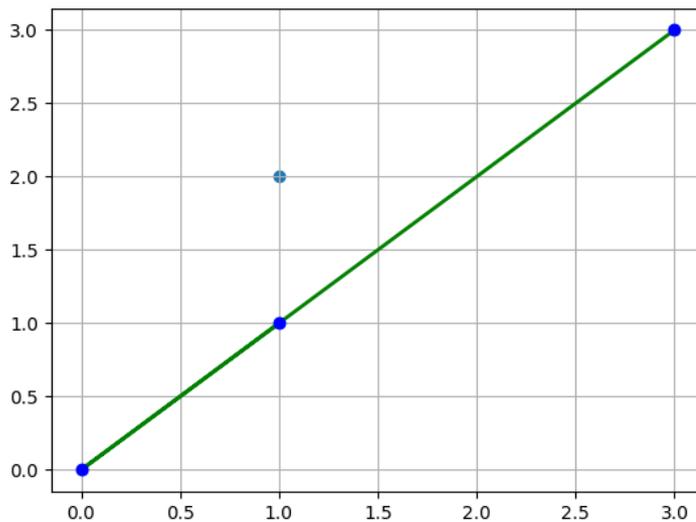
Caso exista mais de um alinhamento com o número máximo de jogadores, reporte qualquer um deles.

### Exemplo

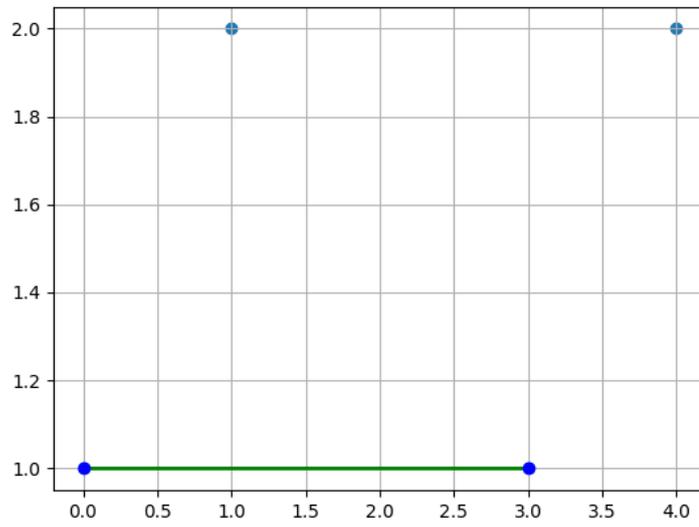
Entrada	Saída
4	3
1 1	1 1
0 0	0 0
1 2	3 3
3 3	
4	2
0 1	0 1
1 2	3 1
4 2	
3 1	

### Notas

No primeiro caso de teste, o alinhamento que abrange o máximo de jogadores possível (a saber, 3 pessoas) é exibido abaixo. Os jogadores se encontram nas coordenadas  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(3, 3)$ .



Já no segundo caso de teste, os possíveis maiores alinhamentos incluem apenas duas pessoas. Qualquer um desses alinhamentos máximos é uma resposta válida. Para esse caso, as pessoas (coordenadas) escolhidas foram  $(0, 1)$  e  $(3, 1)$ .



# Problema I

## Invencíveis

Limite de tempo: 1s

Autor: Vinicius Borges

Natércio é um competidor experiente e está indo para sua última participação na Maratona UnB de Programação. Entretanto, com a aposentadoria das competições de seus dois ex-colegas de equipe, ele está procurando dois novos competidores para montar uma forte equipe visando montar, conforme suas palavras, uma equipe “Invencível”.

Você é o técnico da equipe de Natércio e deve ajudá-lo a encontrar dois novos competidores dentre  $N$  discentes do Departamento de Ciência da Computação. Sabendo que o discente  $k$  possui habilidade de programação  $h_k$ , informe se é possível ou não encontrar dois competidores distintos  $i$  e  $j$  em que a diferença de habilidade entre os dois membros seja **exatamente**  $s$  ( $|h_i - h_j| = s$ ).

### Entrada

A primeira linha da entrada contém dois números inteiros  $N$  e  $S$  ( $2 \leq N \leq 2 \cdot 10^5, 1 \leq S < 10^9$ ) indicando a quantidade total de discentes e a diferença de habilidades dos dois novos competidores, respectivamente.

A segunda linha da entrada contém  $N$  inteiros  $h_1, h_2, \dots, h_N$  ( $1 \leq h_i \leq 10^9$ ), separados por um espaço em branco, onde  $h_i$  representa a habilidade de programação do  $i$ -ésimo discente.

### Saída

Imprima “Sim” (sem aspas duplas) se é possível encontrar dois competidores que possuem diferença exata  $s$  entre suas habilidades. Imprima “Nao” (sem aspas duplas) caso contrário.

### Exemplo

Entrada	Saída
4 3	Sim
3 7 5 8	
5 4	Nao
1 6 4 3 9	
6 7	Nao
4 3 5 13 2 4	
9 10	Sim
6 2 3 1 5 4 7 8 11	

### Notas

No primeiro exemplo de teste, a diferença de habilidade entre os discentes 2 e 3 é igual a  $s = 3$ .

No segundo exemplo de teste, não é possível encontrar dois discentes distintos em que a diferença de habilidades deles seja  $s = 4$ .

## Problema J

### João dos Venenos

Limite de tempo: 1s

Autor: Daniel Saad

Arnaldo está querendo “*botar um shape*” e recorreu ao seu amigo, João, também conhecido como “João dos Venenos”, para adquirir alguns suplementos alimentares totalmente naturais. Esses suplementos fornecem uma quantidade  $E$  de energia que possibilita ao usuário realizar diversos exercícios para construção das fibras musculares. Cada exercício consome uma quantidade de energia  $e_i$ , fornece um aumento  $v_i$  de massa muscular e pode ser repetido no máximo  $q_i$  vezes, para não causar sobrecarga.

Como Arnaldo quer ficar “*sheipado*” rapidamente, ajude-o a calcular a quantidade máxima de aumento de massa muscular que ele pode obter sem exceder o limite energético  $E$  fornecido pelos suplementos de João.

#### Entrada

A primeira linha da entrada possui dois inteiros, separados por um espaço,  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^3$ ) e  $E$  ( $1 \leq E \leq 10^4$ ), que indicam, respectivamente, o número de exercícios e a quantidade de energia fornecida pelos suplementos de João. As próximas  $N$  linhas descrevem, cada uma, um exercício. Cada exercício é descrito por um trio de inteiros,  $e_i$  ( $1 \leq e_i \leq 10^3$ ),  $v_i$  ( $1 \leq v_i \leq 10^3$ ) e  $q_i$  ( $1 \leq q_i \leq 10^3$ ), separados por um espaço e que indicam, respectivamente, o gasto energético, o aumento de massa muscular e o número de repetições máximo desse exercício.

#### Saída

Forneça a quantidade máxima de aumento de massa muscular que Arnaldo pode obter.

#### Exemplo

Entrada	Saída
2 8	8
4 4 2	
5 5 1	
3 10	6
3 2 3	
2 1 3	
5 3 2	
3 20	20
4 4 2	
5 5 2	
3 3 4	

#### Notas

No primeiro exemplo, é mais vantajoso para Arnaldo repetir o primeiro exercício duas vezes.

No segundo exemplo, são igualmente válidas as seguintes opções:

- Realizar o primeiro exercício três vezes.
- Realizar o terceiro exercício duas vezes.

No terceiro exemplo, a solução consiste em realizar o primeiro exercício duas vezes e o terceiro exercício quatro vezes.

## Problema K

### Karate

Limite de tempo: 1s

Autor: Alberto Tavares

Lucas Sala, campeão mundial de Karate, realizará um *n-man kumite*; um teste extremo de resistência física e mental, no qual deve-se lutar contra  $n$  outros atletas. Mas para Lucas não basta vencer as lutas, ele também deve lutar com estilo e impressionar a audiência!

Cada um dos  $i$  atletas participantes tem um valor de estilo  $v[i]$ , então Lucas ganhará  $v[i]$  pontos de estilo ao derrotá-lo. Porém cada atleta tem um mestre  $p[i]$  (que também está participando da luta!), que fica mais motivado quando seu aprendiz é derrotado, o que implica em mais pontos de estilo ao derrotar o mestre. Mais formalmente, se o atleta  $i$  é derrotado então os pontos de estilo ao derrotar o mestre é aumentado em  $v[i]$ , isto é,

$$v[p[i]]_+ = v[i] .$$

Ajude Lucas e encontre o maior valor de estilo que ele pode obter ao realizar o *n-man kumite*.

### Entrada

A primeira linha de entrada contém um único inteiro  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) — a quantidade de atletas no *kumite*.

A segunda linha de entrada contém  $n$  inteiros  $v_i$  ( $1 \leq v_i \leq 10^9$ ), separados por um espaço em branco — o estilo inicial do  $i$ -ésimo atleta.

A terceira e última linha contém também  $n$  inteiros  $p_i$  ( $1 \leq p_i \leq n$ ), separados por um espaço em branco — o mestre do  $i$ -ésimo atleta.

### Saída

Imprima um único inteiro — o maior valor de estilo que pode ser adquirido por Lucas Sala.

### Exemplo

Entrada	Saída
5	40
2 5 4 2 3	
2 3 1 1 1	
5	31
1 2 3 2 1	
2 3 4 5 1	

## Problema L

### Libertadores da América

Limite de tempo: 1s

Autor: Daniel Saad

Contemple o melhor campeonato de todos: a **Copa Libertadores da América**. Só nele temos: chuva de garrafas pet; fumaça em campo; invasão de cachorro; catimba; e muita, mas muita emoção. Ela é dividida em duas fases: a fase de grupos em que as melhores equipes se classificam para a próxima fase; e o mata-mata, em que uma derrota significa a eliminação de uma equipe.

Atualmente, devido à estrutura financeira e organização das equipes brasileiras, existe uma dominância deste país nesta competição. Contudo, as coisas nem sempre foram assim, visto que a soma dos títulos das equipes argentinas é a maior dentre todas as nações, considerando o ano de 2022.

Dorival é um matemático apaixonado por futebol e, como conta os dias para que o Brasil passe a Argentina em número de Libertadores, gostaria de calcular qual a probabilidade de que uma equipe brasileira vença a copa partir das probabilidades de vitórias em confrontos de mata-mata. Como são muitas equipes, e várias as formas de confronto entre elas, Dorival pediu a sua ajuda para implementar um algoritmo que dê a resposta.

#### Entrada

A primeira linha da entrada possui um inteiro  $N$  ( $2 \leq N \leq 300$ ), o número de equipes na fase de mata-mata.

As  $N$  linhas seguintes possuem, cada uma,  $N$  números reais, separados por um espaço, os quais descrevem a matriz  $M$  de probabilidades de vitórias na fase de mata-mata. Isto é,  $M[i][j]$  ( $0 \leq M[i][j] \leq 1$ ) descreve a probabilidade da equipe  $i$  eliminar a equipe  $j$  ( $1 \leq i, j \leq N$ ) no mata-mata.

A próxima linha possui  $N$  inteiros  $b_1, \dots, b_N$  ( $b_i \in \{0, 1\}$ ), separados por um espaço, que descrevem se as equipes são brasileiras ou não. Isto é  $b_i = 1$  se e somente se a  $i$ -ésima equipe for brasileira.

As próximas  $N - 1$  linhas descrevem os confrontos do mata-mata. Cada uma destas linhas possui um par de inteiros,  $A$  e  $B$  ( $1 \leq A, B < 2 \cdot N - 1$ ), separados por um espaço, identificadores de equipes ou confrontos. Se o identificador, de valor  $k$ , for menor ou igual a  $N$ , então se refere a  $k$ -ésima equipe. Caso contrário, se refere ao vencedor do  $(k - N)$ -ésimo confronto de mata-mata. É garantido que nenhum confronto irá referenciar outro que ainda não ocorreu na entrada e também que não há repetição de identificadores.

#### Saída

Imprima a probabilidade de um time brasileiro ganhar a copa Libertadores. Se sua resposta por  $x$  e a resposta do juiz for  $y$ , ela será aceita se  $|x - y| \leq 10^{-3}$ .

#### Exemplo

Entrada	Saída
4	0.5000000000
0.000 0.500 0.500 0.500	
0.500 0.000 0.500 0.500	
0.500 0.500 0.000 0.500	
0.500 0.500 0.500 0.000	
1 0 1 0	
1 2	
3 4	
5 6	
4	0.7843750000
0.000 0.500 0.750 0.250	
0.500 0.000 0.300 0.100	
0.250 0.700 0.000 0.125	
0.750 0.900 0.875 0.000	
0 1 0 1	
1 2	
3 4	
5 6	
4	1.0000000000
0.000 1.000 1.000 1.000	
0.000 0.000 0.500 0.500	
0.000 0.500 0.000 0.500	
0.000 0.500 0.500 0.000	
1 0 0 0	
2 3	
5 4	
6 1	

## Notas

No primeiro exemplo, cada equipe tem a mesma probabilidade de vencer as outras e as equipes 1 e 3 são brasileiras. A equipe 1 joga com a equipe 2 e a equipe 3 joga com a equipe 4. Os ganhadores destes confrontos jogam entre si. A probabilidade de uma equipe brasileira vencer neste cenário é de 0.5.

No segundo exemplo, as equipes 2 e 4 são brasileiras e a ordem dos confrontos é a mesma do exemplo anterior, mas a matriz de probabilidades difere, fazendo com que a resposta seja próxima a 0.78.

No terceiro exemplo, a equipe 1 é a única brasileira e a probabilidade dela vencer qualquer equipe é de 100%. Primeiramente a equipe 2 enfrenta a equipe 3, em seguida o vencedor deste confronto enfrenta a equipe 4 e, finalmente, o vencedor deste confronto enfrenta a equipe 1. A probabilidade da única equipe brasileira ganhar neste cenário é de 1.

## Problema M

### Maratona no LINF

Limite de tempo: 1s

Autor: Vinícius Borges

O professor Guilherme está organizando uma competição de programação no Laboratório de Informática (LINF). Ele verificou que o local possui capacidade para receber, no máximo,  $C$  competidores. O professor também ficou responsável pelas inscrições das equipes. De acordo com as regras dessa competição, uma equipe é considerada válida (completa) se ela contém **exatamente** 3 competidores. Entretanto, muitos deles não se atentaram a essa regra e inscreveram suas equipes com uma quantidade variada de membros.

Agora o professor Guilherme tenta organizar as equipes de forma a respeitar as regras da competição. Ao encontrar uma equipe com 4 competidores, ele retira um deles e aloca em alguma outra equipe que ainda não está completa. Ele também pode unir equipes com menos de três competidores para formar novas equipes válidas, podendo-se até pegar competidores que foram retirados de outras equipes.

Com os demais professores do grupo “Maratona DF” ocupados com outras demandas (elaboração do caderno de questões, configuração do BOCA, compra de coffee-break, etc.), o professor Guilherme pede sua ajuda. Determine a quantidade de equipes que participarão da Maratona de Programação, considerando a capacidade máxima de competidores que o LINF pode receber e as regras da competição.

### Entrada

A primeira linha da entrada contém dois números inteiros  $N$  e  $C$  ( $1 \leq N, C \leq 2 \times 10^5$ ), separados por um espaço em branco, indicando a quantidade de equipes participantes e a capacidade máxima do LINF, respectivamente.

A segunda linha da entrada contém  $N$  inteiros  $a_1, a_2, \dots, a_N$  ( $a_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ), separados por um espaço em branco, representando a quantidade de membros em cada equipe.

### Saída

Imprima um único número inteiro, o qual corresponde à resposta do problema: a quantidade de equipes que participarão da Maratona de Programação no LINF, sem exceder a capacidade máxima de competidores e respeitando as regras da competição.

### Exemplo

Entrada	Saída
4 12	3
3 1 3 2	
5 8	2
3 2 3 4 1	
6 19	6
3 3 3 3 3 4	

## Notas

No primeiro exemplo de teste, existem duas equipes que estão válidas. O professor Guilherme então forma outra equipe a partir das duas equipes contendo 1 e 2 competidores. Como a capacidade do LINF é 12 pessoas, as três equipes competirão, já que totalizam 9 competidores.

No segundo exemplo de teste, inicialmente existem duas equipes válidas. Uma terceira equipe poderia ser formada pela união das equipes contendo 1 e 2 competidores ou pela retirada de um competidor da equipe com 4 competidores. Como a capacidade máxima do laboratório é 8, não há como receber uma terceira equipe válida. Por isso, 2 equipes podem competir.

No terceiro exemplo de teste, apesar do LINF comportar todos os 19 competidores, as equipes de três competidores participam normalmente, mas um dos competidores da equipe com 4 membros será retirado para que ela possa competir. Por isso, 6 equipes podem participar da maratona.

## Problema N

### Nefasta Publicidade

Limite de tempo: 1s

Autor: Vinicius Borges

Saad odeia propagandas publicitárias em vídeos musicais e filmes da plataforma Iutubi, pois não é nada agradável ser interrompido no momento de lazer por publicidades nocivas à mente e que não agregam em nada (ofertas de cursos de lavagem de dinheiro, refrigerantes com alta quantidade de açúcar etc). O player de vídeo do frame dessa plataforma possui dois botões “+2” e “+5” que podem avançar o vídeo que se está assistindo.

Saad pesquisou o tempo de publicidade das empresas patrocinadoras da plataforma. Em um determinado instante de tempo  $N$ , Saad se deparou com uma dessas nefastas publicidades e sabe que ela irá durar  $M$  segundos. Com isso, o vídeo será tocado normalmente a partir do instante de tempo  $N + M$ . Agora ele pensa em utilizar esses botões para tentar pular a publicidade e retomar o vídeo no exato momento de seu reinício. Se uma publicidade aparece exatamente no início do instante de tempo  $N$ , Saad pode:

- apertar o botão “+2” e pular exatamente 2 segundos;
- apertar o botão “+5” e pular exatamente 5 segundos.

Saad pode apertar qualquer um dos botões múltiplas vezes. Entretanto, ele não sabe se será possível pular a publicidade sem perder momentos do vídeo que está assistindo. Determine a quantidade mínima de cliques nos botões para chegar **exatamente** no instante de tempo de retomada do vídeo ou informe se não será possível.

### Entrada

A entrada consiste de uma única linha contendo dois inteiros  $N$  e  $M$  ( $1 \leq N \leq 10^9$ ,  $1 \leq M \leq 10^9 - N$ ), separados por um espaço em branco, indicando o instante de tempo do vídeo em que começa a publicidade e o tempo de duração (em segundos) da publicidade, respectivamente.

### Saída

Imprima um único inteiro com a resposta para o problema — a quantidade mínima de cliques nos botões do player do Iutubi que Saad terá que apertar para pular a publicidade e assistir o vídeo no exato momento de seu reinício. Imprima “-1” (sem aspas duplas) caso não seja possível.

### Exemplo

Entrada	Saída
2 8	4
5 18	6
15 3	-1

## Notas

No primeiro exemplo de teste, basta Saad apertar o botão “+2” quatro vezes para se chegar exatamente ao início do instante de tempo 11 ( $M = 8$ ) do vídeo a partir de  $N = 2$ .

No segundo exemplo de teste, Saad pode apertar o botão “+2” quatro vezes e o botão “+5” duas vezes para se chegar ao instante de tempo 23.

No terceiro exemplo de teste, não é possível pular a publicidade sem perder momentos do vídeo, já que se apertar apenas os botões “+2”, “+5” ou alternando-se diferentes combinações entre eles, não será possível chegar ao instante de tempo 19.

## Problema O

### Observe o Equilíbrio

Limite de tempo: 1s

Autor: Edson Alves

Sejam  $a$  e  $b$  dois números inteiros. Dizemos que  $b$  divide  $a$  se existe ao menos um inteiro  $c$  tal que  $a = bc$ .

Uma sequência de números inteiros  $x_1, x_2, \dots, x_N$  é dita equilibrada se, para quaisquer dois elementos  $x_i, x_j$  da sequência, ou  $x_i$  divide  $x_j$  ou  $x_j$  divide  $x_i$ .

Dada uma sequência de inteiros, determine se ela é ou não equilibrada.

#### Entrada

A primeira linha da entrada contém o valor do inteiro  $N$  ( $2 \leq N \leq 2 \times 10^5$ ).

A segunda linha da entrada contém  $N$  inteiros  $x_i$  ( $-10^9 \leq x_i \leq 10^9, 1 \leq i \leq N$ ), separados por um espaço em branco.

#### Saída

Imprima, em uma linha, a mensagem “Sim” se a sequência  $x_1, x_2, \dots, x_N$  é equilibrada, ou a mensagem “Nao”, caso contrário.

#### Exemplo

Entrada	Saída
3	Sim
0 1 2	
3	Nao
12 4 6	
2	Sim
-7 -7	

#### Notas

No primeiro caso, 1 divide qualquer inteiro, e qualquer inteiro divide zero. Deste modo, a sequência é equilibrada.

No segundo caso, 4 divide 12, 6 divide 12 mas 4 não divide 6 e nem 6 divide 4. Portanto, a sequência não é equilibrada.

No terceiro caso, qualquer inteiro divide a si mesmo.