

Autômatos finitos

Linguagens Formais e Autômatos



**INSTITUTO
FEDERAL**
Brasília

Prof. Daniel Saad Nogueira
Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília,
Campus Taguatinga



Sumário

1 Introdução



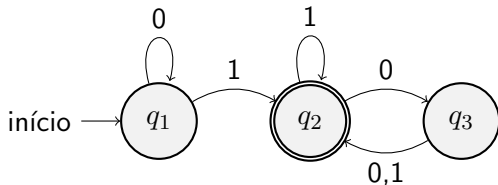
Introdução

- Autômatos finitos são mecanismos extremamente úteis para identificação de padrões, viabilizando uma série de aplicações como:
 - ▶ Busca em texto.
 - ▶ Reconhecimento de voz.
 - ▶ OCR.



Autômato finito: exemplo

Considere o seguinte autômato finito:

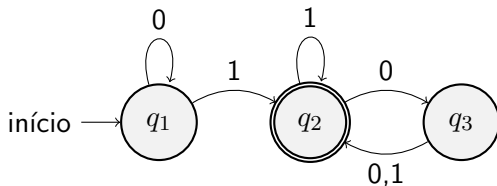


- Ele possui três estados: q_1 , q_2 e q_3 .
- O estado inicial, q_1 é indicado através de uma seta rotulada com “início” .
- q_2 é um estado de aceitação, representado por dois círculo concêntricos.
- As setas que vão de um estado para outro são chamadas de **transições**.



Autômato finito: exemplo

Considere o seguinte autômato finito:

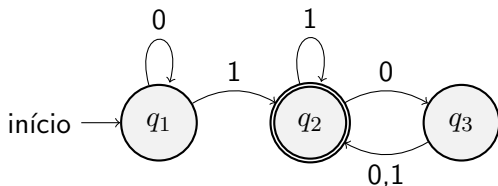


- Quando o autômato recebe uma string como 1101, ele processará a string e produz uma saída, que pode ser: **aceita** ou **rejeita**.
- Ele processa símbolo a símbolo, seguindo as transições e: ao final da string, se terminou em um estado de aceitação: ele **aceita**. Caso contrário, **rejeita**.



Autômato finito: exemplo

Considere o seguinte autômato finito:



- Para o exemplo 1101 ele: começará no estado q_1 .
- Ao ler 1, transiciona de q_1 para q_2 .
- Ao ler 1, transiciona de q_2 para q_2 .
- Ao ler 0, transiciona de q_2 para q_3 .
- Ao ler 1, transiciona de q_3 para q_2 .
- **aceita**, pois terminou em um estado de aceitação.



Sumário

2 DFAs



Autômatos finitos determinísticos

- Para iniciar os estudos sobre os autômatos finitos determinísticos, precisamos defini-los formalmente.
- A intuição através de diagramas é interessante para uma primeira apresentação, contudo, ela deixa algumas lacunas a respeito do que se pode ou o que não se pode fazer nesse modelo computacional.
- Por exemplo: é possível ter 0 estados de aceitação? Podemos ter dois estados iniciais? Podemos ter mais de uma transição com o mesmo símbolo saindo de um estado?
- A definição formal nos ajudará a estudar esses objetos com precisão.



Autômatos finitos determinísticos

Definição

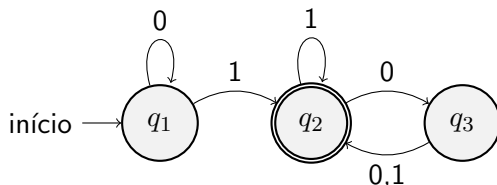
Um autômato finito determinístico (DFA em inglês) é uma 5-tupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, em que:

- Q é um conjunto finito de **estados**,
- Σ é o **alfabeto de entrada**,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é a **função de transição**,
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
- $F \subseteq Q$ é o **conjunto de estados de aceitação**.



Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:

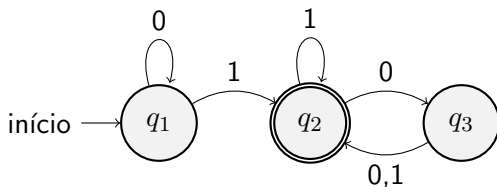


O autômato em questão é a 5-tupla $(\{q_1, q_2, q_3\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_2\})$



Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:

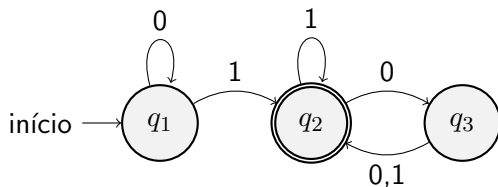


$Q = \{q_1, q_2, q_3\}$ é o conjunto de estados



Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:

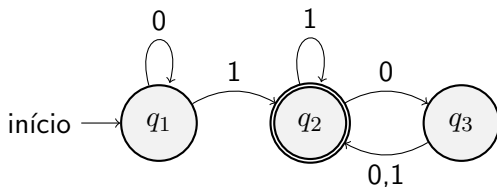


$\Sigma = \{0, 1\}$ é o alfabeto de entrada



Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:



$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é a função de transição, com:

$$\delta(q_1, 0) = q_1$$

$$\delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 0) = q_3$$

$$\delta(q_2, 1) = q_2$$

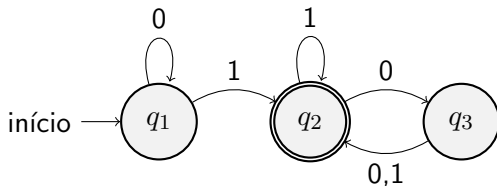
$$\delta(q_3, 0) = q_2$$

$$\delta(q_3, 1) = q_2$$



Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:

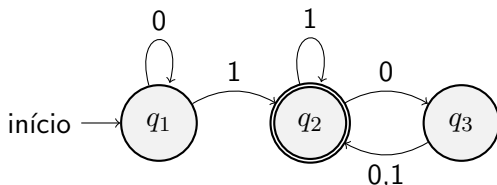


q_1 é o estado inicial



Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:



$F = \{q_2\}$ é o conjunto de estados de aceitação.



Autômatos finitos determinísticos

- Também temos a intuição de como um DFA computa uma entrada, aceitando-a ou rejeitando-a.
- Também é importante definir formalmente como é feita a **computação** de uma entrada $w \in \Sigma^*$ qualquer sob um DFA.



Autômatos finitos determinísticos: computação

Definição (Computação em um DFA)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um DFA e $w = w_1 \dots w_n \in \Sigma^*$ uma string. M **aceita** w se e somente se existe uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q com as seguintes condições:

- $r_0 = q_0$.
- $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$, $0 \leq i < n$.
- $r_n \in F$.



DFA como reconhecedores

Definição (Reconhecimento de Linguagens)

Dizemos que um DFA M **reconhece** uma linguagem L quando:

$$L = \{w \mid w \text{ é aceito por } M\}$$



Linguagem de um DFA

Definição (Linguagem de um DFA)

A linguagem de um DFA M , denotado por $L(M)$ é definida como:

$$L(M) = \{w \mid M \text{ aceita } w\}$$

Isto é, $L(M)$ corresponde ao conjunto de palavras que são aceitas por M .



Linguagens regulares

Definição

Linguagens Regulares Uma linguagem L é dita **regular** se existe algum DFA M que a reconhece.