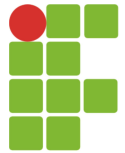
Busca em Memória Principal

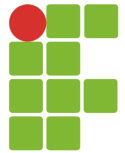
Estrutura de Dados e Algoritmos – Ciência da Computação

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

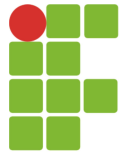
IFB – Instituto Federal de Brasília,
Campus Taguatinga



Sumário

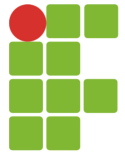


Sumário



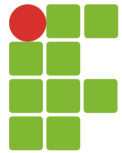
Introdução

- Dada uma sequência de entrada, como buscar um determinado elemento?
- Podemos utilizar um laço de repetição.



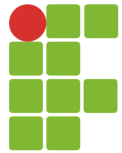
Busca Sequencial

```
1  int busca_sequencial(int *v, size_t n, int key) {
2    int i;
3    for (i = 0; i < n; i++) {
4      if (v[i] == key) {
5        return i;
6      }
7    }
8    return -1;
9  }
```



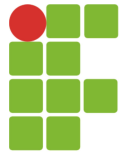
Busca Sequencial

- O algoritmo de busca sequencial funciona.
- No pior caso ele tem que varrer o vetor inteiro.
- Tempo $\Theta(n)$.
- Temos como fazer melhor?



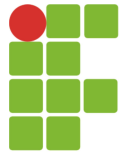
Busca Sequencial Otimizada

- Se a entrada já estiver **ordenada**, podemos melhor a busca sequencial.
- Assim que encontramos um elemento que é maior do que a chave, sabemos que ela não estará na sequência, pois a entrada está ordenada.



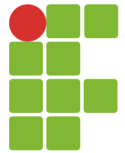
Busca Sequencial

```
1  /** Pré-requisitos, v está ordenado **/
2  int busca_sequencial_otimizada(int *v, size_t n, int key) {
3    int i;
4    for (i = 0; i < n; i++) {
5      if (key < v[i]) {
6        break;
7      } else if (v[i] == key) {
8        return i;
9      }
10   }
11   return -1;
12 }
```



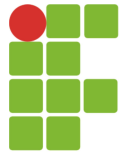
Busca Sequencial Otimizada

- Conseguimos salvar algum tempo caso detectemos que a chave é menor do que algum elemento durante a varredura na busca sequencial otimizada.
- Contudo, no pior caso, ainda temos que varrer o vetor inteiro.
- Como tirar mais vantagem do fato da entrada estar ordenada?

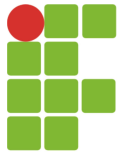


Busca Sequencial Otimizada

- Conseguimos salvar algum tempo caso detectemos que a chave é menor do que algum elemento durante a varredura na busca sequencial otimizada.
- Contudo, no pior caso, ainda temos que varrer o vetor inteiro.
- Como tirar mais vantagem do fato da entrada estar ordenada?
- **Busca Binária!**

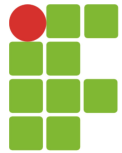


Sumário



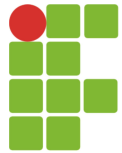
Busca Binária

- Levando em consideração que o vetor está ordenado, podemos efetuar a busca binária.
- Ela funciona da seguinte forma. Suponha que a sequência $V[0, n-1]$.
- Inicialmente calcula-se o ponto médio da sequência: $m \leftarrow \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$.
- Se a chave corresponde à $V[m]$,então encontramos a chave no ponto médio.



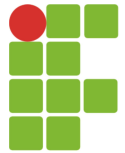
Busca Binária

- Se a chave não é igual ao elemento $V[m]$, temos duas opções.
  1. A chave é menor do que $V[m]$.
  2. A chave é maior do que $V[m]$.
- No primeiro caso, sabemos que se a chave se encontra em V, ela deve estar no intervalo $V[0, m-1]$.
- No segundo, concluímos que se a chave está em V, ela se encontra em $V[m+1, n-1]$.
- Isso é permitido pois sabemos que o vetor está ordenado. Logo, sabemos que todos os elementos à esquerda de $V[m]$ são menores ou iguais à $V[m]$. Simetricamente, todos os elementos à direita de $V[m]$ são maiores ou iguais a $V[m]$.



Busca Binária

- Caso a chave não corresponda ao elemento $V[m]$, continuamos a busca no subvetor à esquerda de $V[m]$ ou à direita de $V[m]$ utilizando a mesma estratégia!
- Descartamos metade dos elementos com uma única comparação!

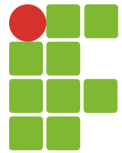


Busca Binária

Exemplo

$$chave = 4$$

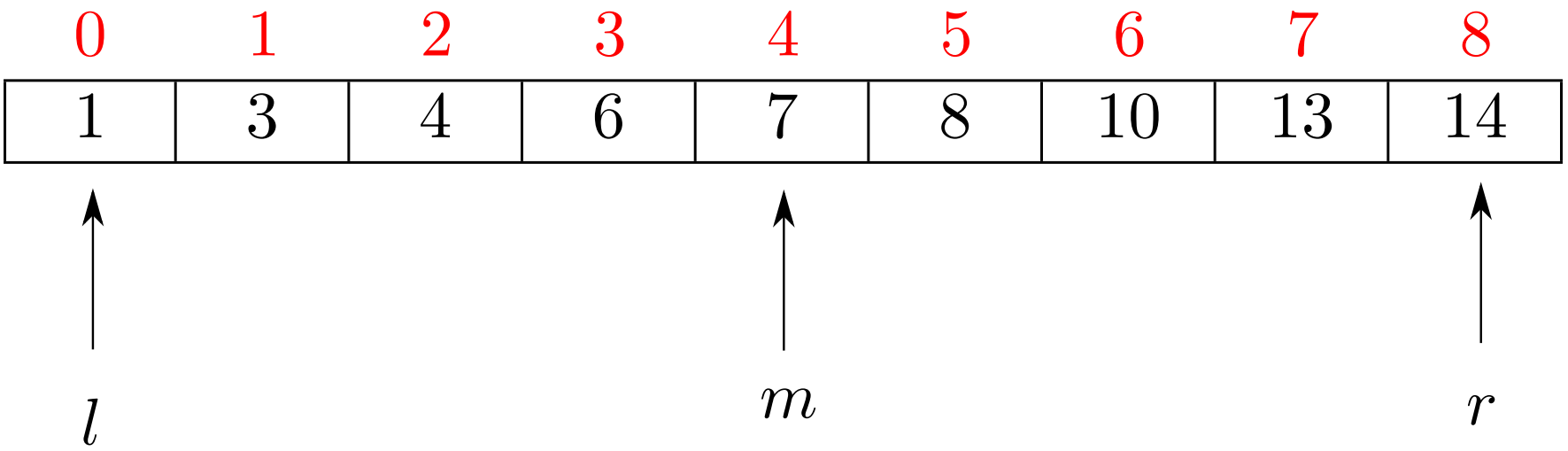
0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	4	6	7	8	10	13	14

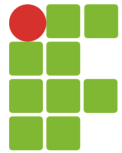


Busca Binária

Exemplo

$$chave = 4$$

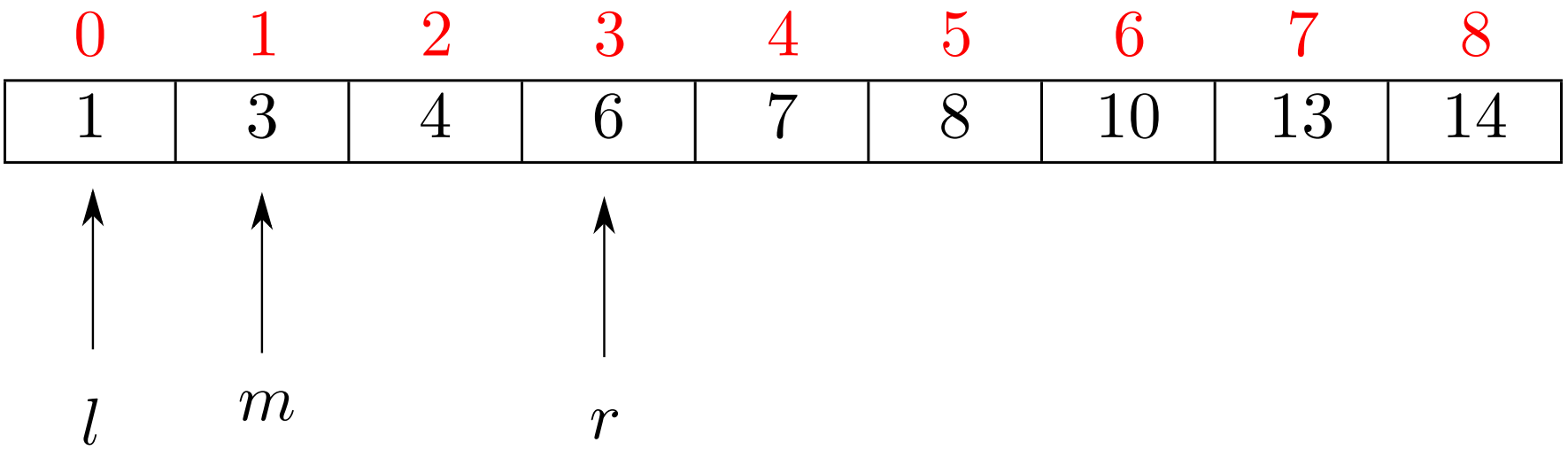


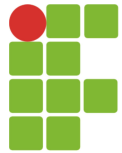


Busca Binária

Exemplo

$$chave = 4$$

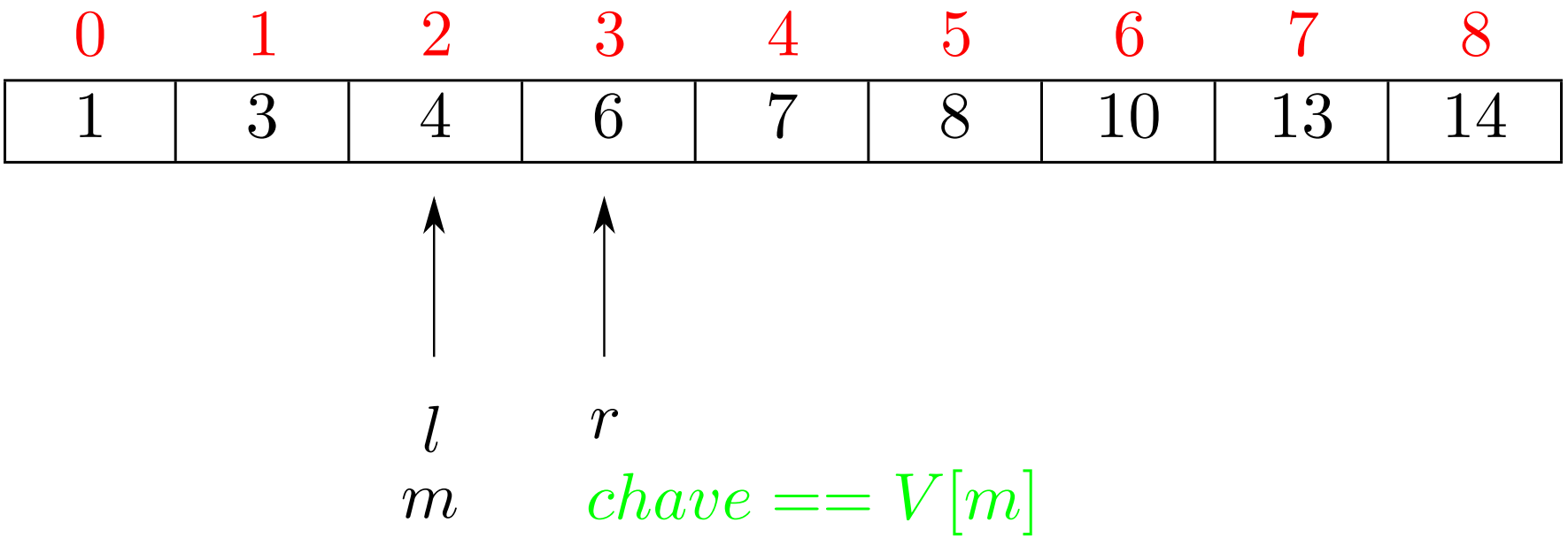


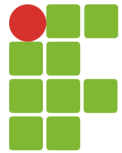


Busca Binária

Exemplo

$$chave = 4$$



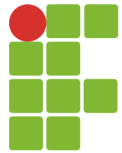


Busca Binária

Exemplo

$$chave = 11$$

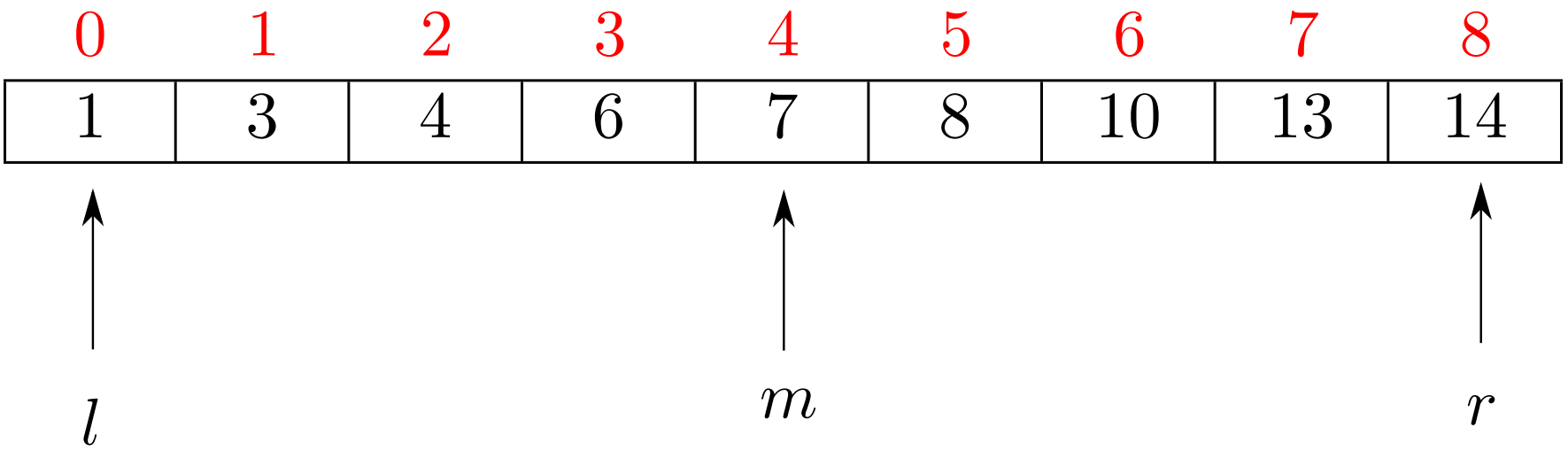
0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	3	4	6	7	8	10	13	14



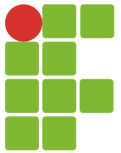
Busca Binária

Exemplo

$$chave = 11$$



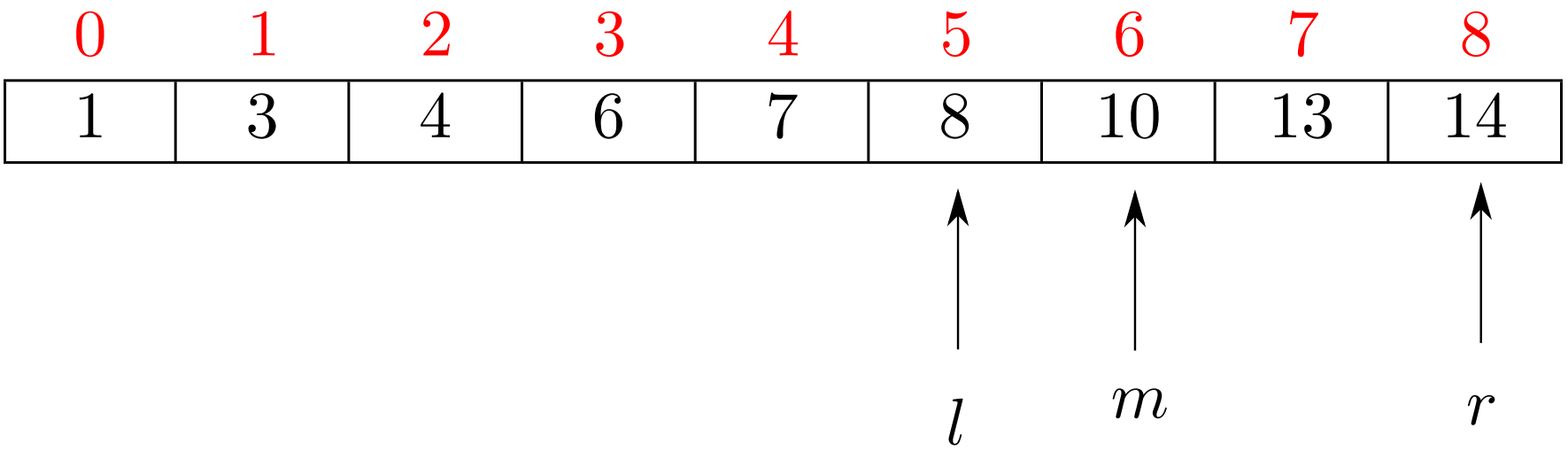
$$chave > V[m]$$

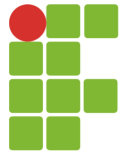


Busca Binária

Exemplo

$$chave = 11$$

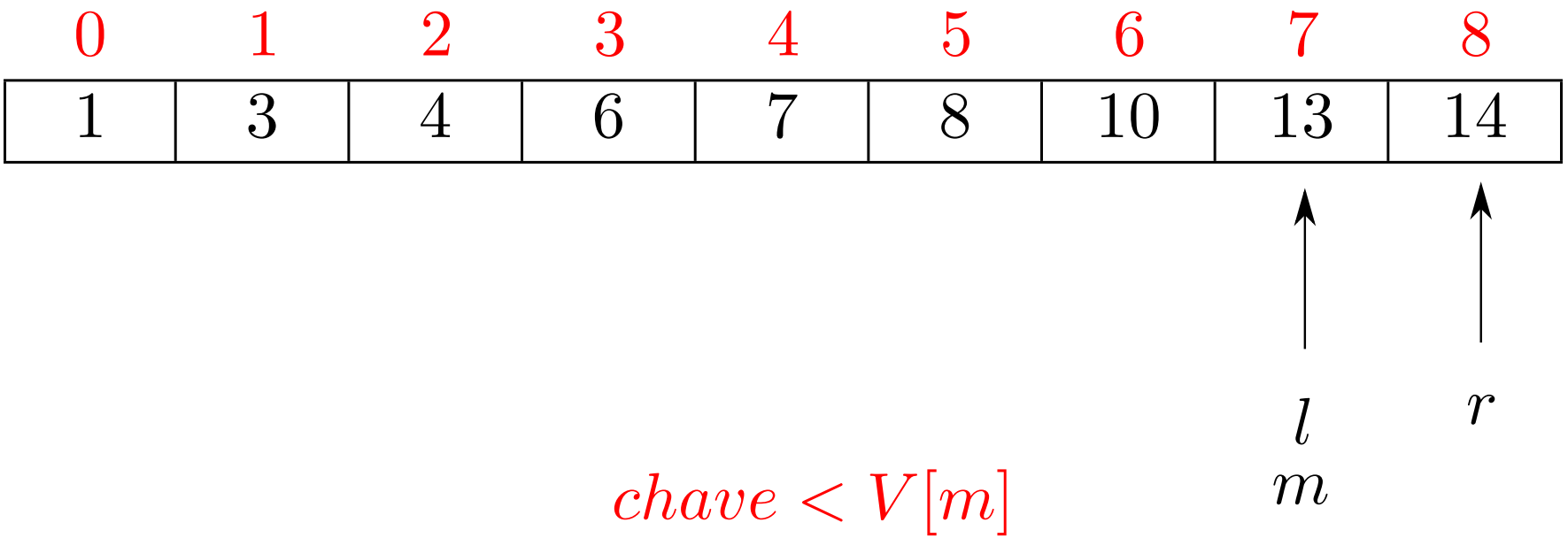


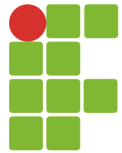


Busca Binária

Exemplo

$$chave = 11$$

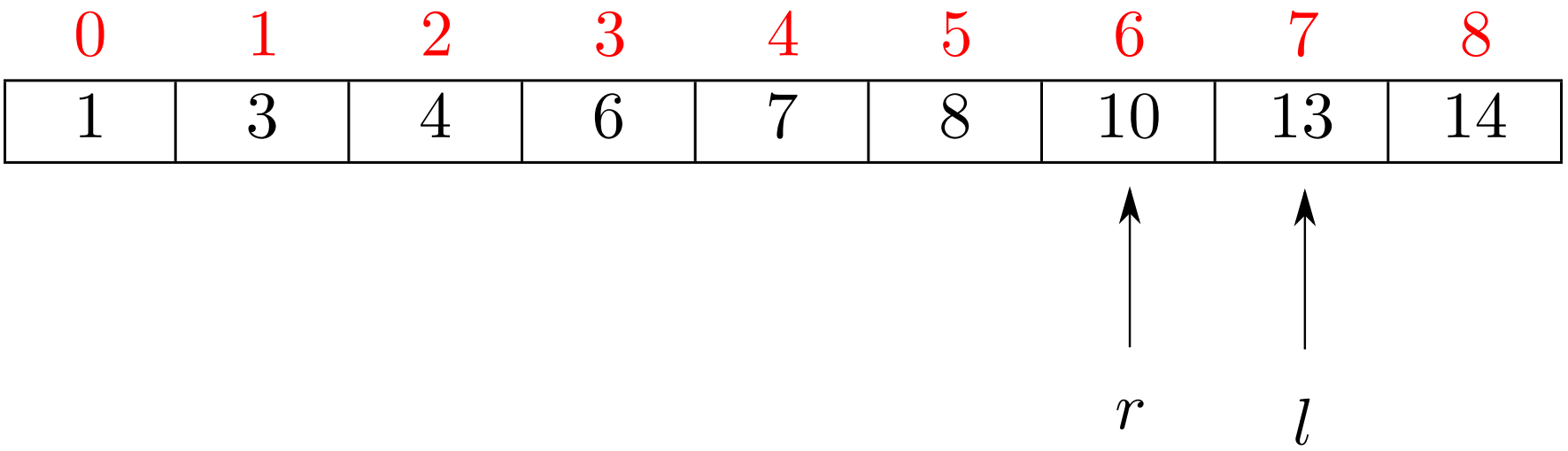




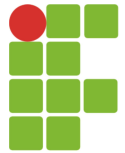
Busca Binária

Exemplo

$$chave = 11$$

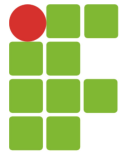


Chave não encontrada!



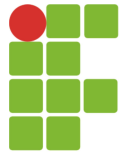
Busca Binária

```
1  int busca_binaria(int *v, size_t n, int key) {
2    int l = 0;
3    int r = n - 1;
4    while (l <= r) {
5      int mid = l + (r - l) / 2;
6      if (key == v[mid]) {
7        return mid; /**Retorna a posição da chave**/
8      } else if (chave < v[mid]) {
9        r = mid - 1;
10     } else {
11       l = mid + 1;
12     }
13   }
14   return -1; /**Chave não encontrada**/
15 }
```



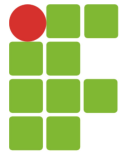
Busca Binária: Recursão

- Também é possível implementar a busca binária recursivamente.
- Casos base: subvetor vazio ou chave encontrada.



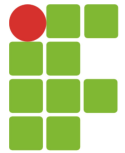
Busca Binária: Recursão

```
1  int busca_binaria_rec(int *v, size_t n, int key) {
2    return busca_binaria_rec_helper(v, 0, n - 1, key);
3  }
```

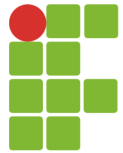


Busca Binária: Recursão

```
1  int busca_binaria_rec_helper(int *v, int l, int r, int key) {
2    if (l > r) /**Caso base, vetor vazio**/
3      return -1;
4    int mid = l + (r - l) / 2;
5    /**Caso base, a chave é igual ao elemento central**/
6    if (key == v[mid])
7      return mid;
8    if (key < v[mid]) /**Recursão na metade inferior**/
9      return busca_binaria_rec_helper(v, l, mid - 1, key);
10   else /**Recursão na metade superior**/
11     return busca_binaria_rec_helper(v, mid + 1, r, key)
12 }
```



Sumário



Análise

- No pior caso, a busca binária descarta metade dos elementos a cada comparação.
- $\Theta(\lg n)$ passos.

Número de Comparações		
n	Busca Sequencial	Busca Binária
2^1	$2^1 - 1$	2
2^2	$2^2 - 1$	3
2^3	$2^3 - 1$	4
2^4	$2^4 - 1$	5
2^{10}	$2^{10} - 1$	11
2^{20}	$2^{20} - 1$	21
2^{30}	$2^{30} - 1$	31