Gramáticas

Compiladores

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

INSTITUTO FEDERAL
Brasília

Campus
Taguatinga

Sumário

Introdução

CFG

Propriedades

Técnicas

Algoritmos

Sumário

Introdução

CFG

Propriedades

Técnicas

Algoritmos

Introdução

- Estamos acostumados a utilizar regras gramaticais para escrever períodos sintaticamente corretos.
- Essas regras consideram sujeitos, verbos e objetos, por exemplo.
- Gramáticas explicam o que está ausente ou supérfluo em uma construção.

Introdução

- Em outras palavras, as gramáticas fornecem uma definição concisa de como períodos podem ser construídos corretamente do ponto de vista sintático.
- Também podem ser utilizadas para diagnosticar períodos incorretamente construídos.

Introdução

- É claro que podemos escrever períodos sintatica corretos, mas que não fazem sentido algum do ponto de vista semântico, do seu significado.
- Gramáticas lidam com a estrutura textual (sintática) e representam apenas uma parte do que é possível verificar do ponto de vista linguístico.

Introdução

- Linguagens de programação modernas possuem gramáticas em sua especificação.
- Essa gramática é utilizada por quem ensina, estuda ou utiliza a linguagem.
- A gramática também é fundamental para construção de **analisadores sintáticos**.
- Aspectos que não podem ser verificados sintaticamente, são resolvidos em uma outra etapada, pelo **analisador semântico**.

Introdução

- Estudaremos as gramáticas livre de contexto (em inglês, context-free grammar ou CFG) para que possamos ter um mecanismo para definir linguagens simples.
- Formalizaremos as definições e algoritmos para analisar as gramáticas para, posteriormente, apresentarmos as técnicas de análise sintática.

Sumário

Introdução

CFG

Propriedades

Técnicas

Algoritmos

CFG

- Como vimos anteriomente, linguagens definem conjuntos de palavras sobre um alfabeto finito.
- A maioria das linguagens interessantes são conjuntos infinitos, então não podemos simplesmente enumerar todos os seus elementos.
- Ao definir uma linguagem através de uma CFG, podemos representá-la compactamente.

Sumário

CFG
- Definição
- Exemplo
- Derivações mais à esquerda
- Derivações mais à direita
- Árvores sintáticas

CFG: definição

CFG

Uma CFG possui 4 componentes:

1. Um alfabeto finito Σ de **terminais**. Esse conjunto é o conjunto de tokens produzido pelo analisador léxico. $\$ \in \Sigma$, em que $\$$ é um símbolo especial que denota fim de entrada.
2. Um alfabeto finito $\mathcal{N}$ de **não-terminais**. Símbolos de N são conhecidos como variáveis.
3. $S \in \mathcal{N}$, o símbolo inicial. Todas as derivações da gramática partem de S.
4. Um conjunto de produções $\mathcal{P}$, que são da forma $A \rightarrow X_1 \ldots X_m$, em que $X_i \in \mathcal{N} \cup \Sigma$, $1 \leq i \leq m$ e $m \geq 0$. A única produção válida com $m = 0$ é $A \rightarrow \varepsilon$, em que ε é a string vazia.

CFG: definição

CFG

- Assim, podemos definir uma gramática G como uma quádrupla:

$$G = (\mathcal{N}, \Sigma, \mathcal{P}, S)$$

- Os alfabetos de terminais e não-terminais são disjuntos: $\Sigma \cap \mathcal{N} = \emptyset$.
- O vocabulário $\mathcal{V}$ de uma CFG é o conjunto dos símbolos terminais e não terminais: $\mathcal{V} = \Sigma \cup \mathcal{N}$

CFG: definição

- Uma CFG é uma receita para derivar strings.
- Começando do símbolo inicial, S, aplicamos regras de produção até obter apenas símbolos terminais.
- Uma regra de produção $A \to \alpha$ troca o não-terminal A (lado esquerdo, ou LHS), pela sequência α (lado direito ou RHS). Onde os símbolos de α são terminais ou não-terminais.
- A regra $A \to \varepsilon$ faz com que A efetivamente seja apagado.

CFG: definição

Derivação

Se $A \to \gamma$ é uma regra de produção, então $\alpha A \beta \Rightarrow \alpha \gamma \beta$ denota um passo de derivação usando esta regra uma única vez.

Podemos estender $\Rightarrow$, para $\Rightarrow^+$, que denota uma derivação obtida a partir de A com um ou mais passos.

Analogamente $\Rightarrow^*$ é definido como a derivação obtida a partir de A com zero ou mais passos.

CFG: definição

Forma sentencial

Se $S \Rightarrow^* \beta$, dizemos que β é uma **forma sentencial** da gramática G. Em outras palavras:

$$\mathrm{SF}(G) = \{\beta | S \Rightarrow^* \beta\}$$

CFG: definição

Linguagem descrita por G

A linguagem descrita por uma gramática, G, denotada por $\mathrm{L}(G)$ é o conjunto de strings de Σ^* derivadas de S:

$$\mathrm{L}(G) = \{w \in \Sigma^* | S \Rightarrow^+ w\}$$

.

Observa-se que $\mathrm{L}(G) = \mathrm{SF}(G) \cap \Sigma^*$.

Efetivamente $\mathrm{L}(G)$ é o conjunto de palavras, compostas apenas por símbolos terminais, que pode ser gerada a partir de G através de derivações.

CFG: definição

Abreviação das regras de produção

É comum ter várias regras de produção com o mesmo LHS:

$$\begin{array}{lcl} A & \rightarrow & \alpha \\ A & \rightarrow & \beta \\ & \ldots & \\ A & \rightarrow & \zeta \end{array}$$

Podemos abreviar de acordo com a seguinte notação:

$$A \rightarrow \alpha \mid \beta \mid \ldots \mid \zeta$$

Sumário

CFG
- Definição
- Exemplo
- Derivações mais à esquerda
- Derivações mais à direita
- Árvores sintáticas

CFG: exemplo

Tome a seguinte gramática:

$$
\begin{array}{lcl}
E & \rightarrow & P(E) \mid v\,T \\
P & \rightarrow & f \mid \varepsilon \\
T & \rightarrow & +E \mid \varepsilon
\end{array}
$$

Em que $S = E$, $\mathcal{N} = \{E, P, T\}$ e $\Sigma = \{v, f, +, (,)\}$.
Efetivamente, é uma gramática que gera expressões de soma simples, envolvendo funções unárias e variáveis.

CFG: exemplo

A partir de E, podemos obter as seguintes derivações:

$$
\begin{aligned}
E &\Rightarrow P(E) \\
P(E) &\Rightarrow f(E) \\
f(E) &\Rightarrow f(vT) \\
f(vT) &\Rightarrow f(v+E) \\
f(v+E) &\Rightarrow f(v+vT) \\
f(v+vT) &\Rightarrow f(v+v\varepsilon) = f(v+v)
\end{aligned}
$$

CFG: Exemplo

- É correto dizer que $f(v+v)$ é gerado por G, isto é, que $f(v+v) \in \mathrm{L}(G)$, ou que $E \Rightarrow^{+} f(v+v)$.
- Também é correto dizer que: $\{P(E), f(E), f(vT), f(v+E), f(v+vT), f(v+v)\} \subseteq \mathrm{SF}(G)$.

Sumário

CFG
- Definição
- Exemplo
- Derivações mais à esquerda
- Derivações mais à direita
- Árvores sintáticas

Derivações mais à esquerda

Definição

Uma derivação mais à esquerda é aquela que escolhe o não-terminal mais à esquerda possível para produzir a string desejada .

Para denotar derivações mais à esquerda, utilizamos $\Rightarrow_{\mathrm{lm}}$, $\Rightarrow_{\mathrm{lm}}^{*}$ e $\Rightarrow_{\mathrm{lm}}^{+}$.

Derivações mais à esquerda

Considerando a gramática do exemplo anterior, a derivação mais à esquerda de $f(v+v)$ é:

$$
\begin{aligned}
E &\Rightarrow_{\text{lm}} P(E) \\
P(E) &\Rightarrow_{\text{lm}} f(E) \\
f(E) &\Rightarrow_{\text{lm}} f(vT) \\
f(vT) &\Rightarrow_{\text{lm}} f(v+E) \\
f(v+E) &\Rightarrow_{\text{lm}} f(v+vT) \\
f(v+vT) &\Rightarrow_{\text{lm}} f(v+v\varepsilon) = f(v+v)
\end{aligned}
$$

Derivações mais à esquerda

- As sequências de derivações pela classe dos analisadores sintáticos top-down são derivações mais à esquerda.
- Dizemos que esses parsers produzem um parse mais à esquerda.

Sumário

CFG
- Definição
- Exemplo
- Derivações mais à esquerda
- Derivações mais à direita
- Árvores sintáticas

Derivações mais à direita

Definição

Uma derivação mais à direita é aquela que escolhe o não-terminal mais à direita possível para produzir a string desejada .

Para denotar derivações mais à direita, utilizamos $\Rightarrow_{\mathrm{rm}}$, $\Rightarrow_{\mathrm{rm}}^{*}$ e $\Rightarrow_{\mathrm{rm}}^{+}$.

Derivações mais à direita

Considerando a gramática do exemplo anterior, a derivação mais à direita de $f(v+v)$ é:

$$
\begin{aligned}
E &\Rightarrow_{\mathrm{rm}} P(E) \\
P(E) &\Rightarrow_{\mathrm{rm}} P(vT) \\
P(vT) &\Rightarrow_{\mathrm{rm}} P(v+E) \\
P(v+E) &\Rightarrow_{\mathrm{rm}} P(v+vT) \\
P(v+vT) &\Rightarrow_{\mathrm{rm}} P(v+v\varepsilon) = P(v+v) \\
P(v+v) &\Rightarrow_{\mathrm{rm}} f(v+v)
\end{aligned}
$$

Derivações mais à direita

- As sequências de derivações pela classe dos analisadores sintáticos bottom-up são derivações mais à direita.
- Dizemos que esses parsers produzem um parse mais à direita.

Sumário

CFG
- Definição
- Exemplo
- Derivações mais à esquerda
- Derivações mais à direita
- Árvores sintáticas

Árvores sintáticas

- Derivações são representadas por uma árvore sintática, também chamada de árvore de derivações ou do inglês (*parse tree*).
- Uma árvore sintática possui as seguintes características:
  - Sua raiz é o símbolo inicial S da gramática.
  - Cada nó é um símbolo do vocabulário da gramática ou ε.
  - Os nós internos são símbolos não-terminais. Um nó interno representando um não terminal A terá filhos X_1, X_2, $\ldots$, X_m se, e somente se, existir uma regra de produção $A \rightarrow X_1 X_2 \ldots X_m$.
  - Quando a derivação está completa, cada folha desta árvore é um símbolo terminal ou ε.

Árvores sintáticas

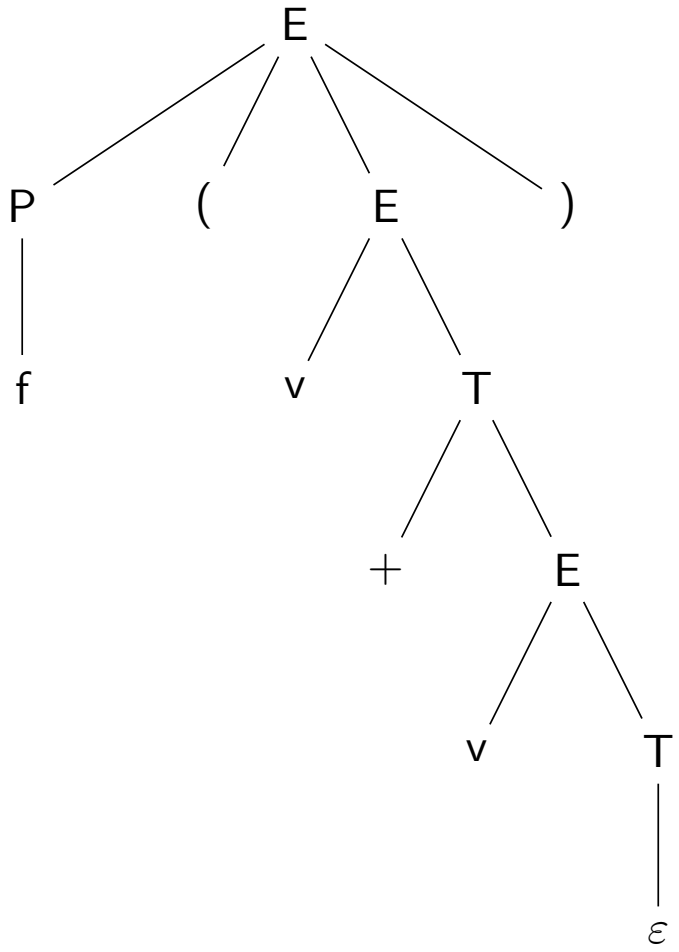


Figura: Árvore sintática para $f(v + v)$

Árvores Sintáticas

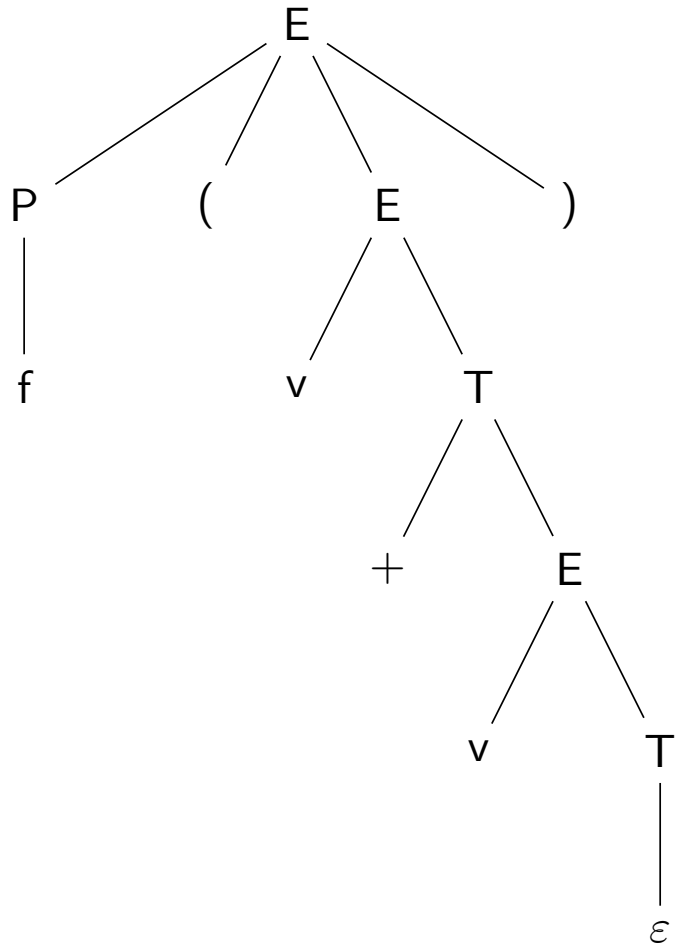
Frases

Uma frase de uma árvore sintática é uma sequência de símbolos derivados de um mesmo não-terminal.

A frase é dita simples se não contém uma frase menor.

Um handle de uma forma sentencial é a frase simples mais à esquerda.

Árvores sintáticas



- f(vT) é uma forma sentencial.
- f e vT são frases simples.
- v+E é uma frase, mas não é simples, pois +E é uma frase menor contida em v+E.
- f é um handle.

Sumário

Introdução

CFG

Propriedades

Técnicas

Algoritmos

Propriedades

- CFGs são mecanismos para descrever linguagens.
- Assim como temos vários programas que computam o mesmo resultado, várias gramáticas diferentes podem descrever a mesma linguagem.
- Algumas gramáticas são mais apropriadas que outras por não apresentar alguns problemas, tais como:
  - Símbolos inúteis.
  - Possuir diverentes árvores sintáticas para uma mesma string.
  - Incluir strings que não pertençam à linguagem ou excluir string que pertençam a linguagem.

Sumário

Propriedades
- Gramáticas reduzidas
- Ambiguidade
- Problemas de especificação

Gramáticas reduzidas

Definição

Uma gramática é dita **reduzida** se cada não-terminal e regras de produção participam da derivação de pelo menos uma string. Símbolos não-terminais que podem ser removidos sem prejuízo são chamados de inúteis.

Gramáticas reduzidas

Tome a seguinte gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid B \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow Bb \\ C &\rightarrow c \end{aligned}$$

Claramente o não-terminal C é inútil, visto que não pode aparecer em nenhuma frase. Além disso, qualquer frase que mencione B não pode derivar uma sequência contendo apenas terminais.

Gramáticas reduzidas

Quando B e C são removidos, bem como as regras de produção associadas à eles, temos a seguinte **gramática reduzida**:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \\ A &\rightarrow a \end{aligned}$$

Gramáticas reduzidas

- Uma gramática que não esteja na sua forma reduzida pode indicar erros provenientes de especificações erradas.

Sumário

Propriedades
- Gramáticas reduzidas
- Ambiguidade
- Problemas de especificação

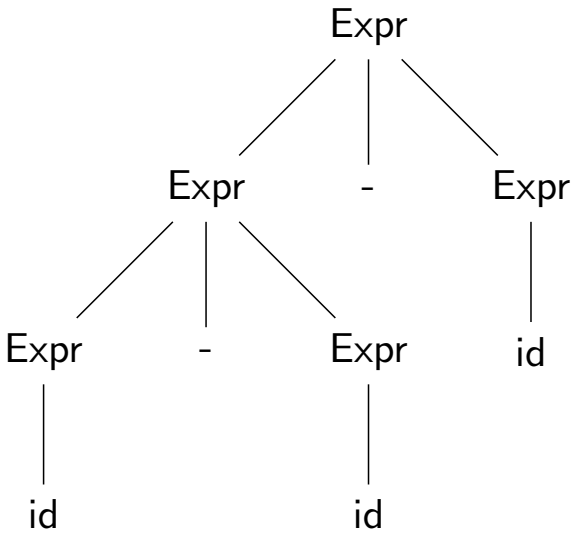
Ambiguidade

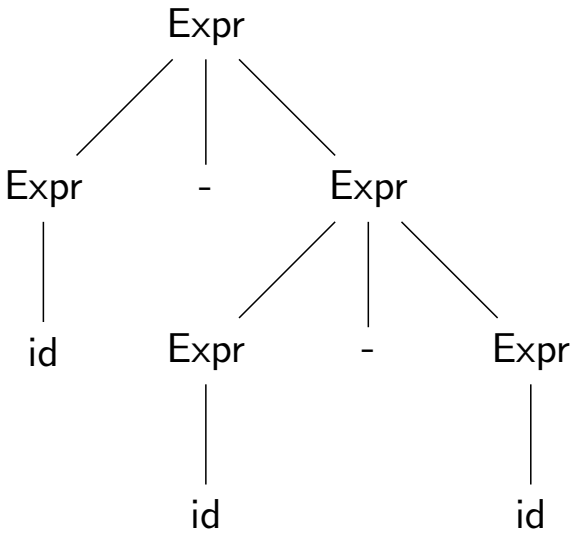
- Gramáticas ambíguas permitem que diferentes árvores sintáticas sejam construídas para uma mesma string derivada.
- Considere a seguinte gramática:

$$\text{Expr} \rightarrow \text{Expr} - \text{Expr} \mid \text{id}$$

- Ela possui duas árvores de derivação para a string id − id − id.

Ambiguidade





Ambiguidade

- Se os símbolos id possuem valroes 3, 2 e 1 a avaliação dada pela primeira árvore é $(3-2)-1=0$, enquanto a avaliação da segunda árvore nos dá $3-(2-1)=2$.

Ambiguidade

- Gramáticas ambíguas raramente são utilizadas, pois uma tradução única não pode ser obtida.
- Infelizmente um algoritmo que verifica se uma dada gramática é ambígua não existe.
- O problema de verificar se uma gramática é ambígua é **indecidível**.

Sumário

Propriedades
- Gramáticas reduzidas
- Ambiguidade
- Problemas de especificação

Problemas de especicação

- Se a gramática for mal especificada, ela pode descrever strings indesejadas, isto é, strings que não deveriam pertencer à linguagem
- Pode ocorrer também dela deixar de descrever strings que pertençam à linguagem.

Problemas de especificação

- A correção de uma gramática na prática é verificada através de testes.
- Infelizmente não há algoritmo que compare duas CFGs e determine se elas descrevem a mesma linguagem.
- O problema da equivalência das linguagens descritas por gramáticas é indecidível.

Sumário

Introdução

CFG

Propriedades

Técnicas

Algoritmos

Técnicas de análise sintática

- Compiladores devem avaliar se a estrutura sintática de um programa está correta.
- Em outras palavras, para uma entrada x, o compilador deve verificar se $x \in \mathrm{L}(G)$.
- O algoritmo que executa este teste é denominado **reconhecedor**.

Técnicas de análise sintática

- Além de determinar se uma string pertence ou não à linguagem descrita por uma gramática, também é necessário determinar a estrutura sintática dela, isto é, sua árvore sintática.
- A análise sintática, ou parser, é responsável por esta tarefa.

Técnicas de análise sintática

- Existem duas abordagens para análise sintática: top-down e bottom-up.

Técnicas de análise sintática

Top-down

A análise sintática é considerada top-down se gera a árvore sintática começando da raiz (símbolo inicial) e expandindo a árvore através das regras de produção através de uma **busca em profundidade** em pré-ordem.

Técnicas de análise sintática

Bottom-up

A análise sintática é considerada bottom-up se a árvore sintática é gerada no sentido folhas para raiz. Um nó é inserido na árvore apenas após os seus filhos terem sido processados. Uma análise bottom-up corresponde à um percurso em pós-ordem da árvore sintática.

Exemplo

Tome a seguinte gramática:

$$
\begin{aligned}
\text{Program} &\rightarrow \text{begin Stmts end \$} \\
\text{Stmts} &\rightarrow \text{Stmt ; Stmts} \mid \varepsilon \\
\text{Stmt} &\rightarrow \text{simplestmt} \mid \text{begin Stmts end}
\end{aligned}
$$

Exemplo: top-down

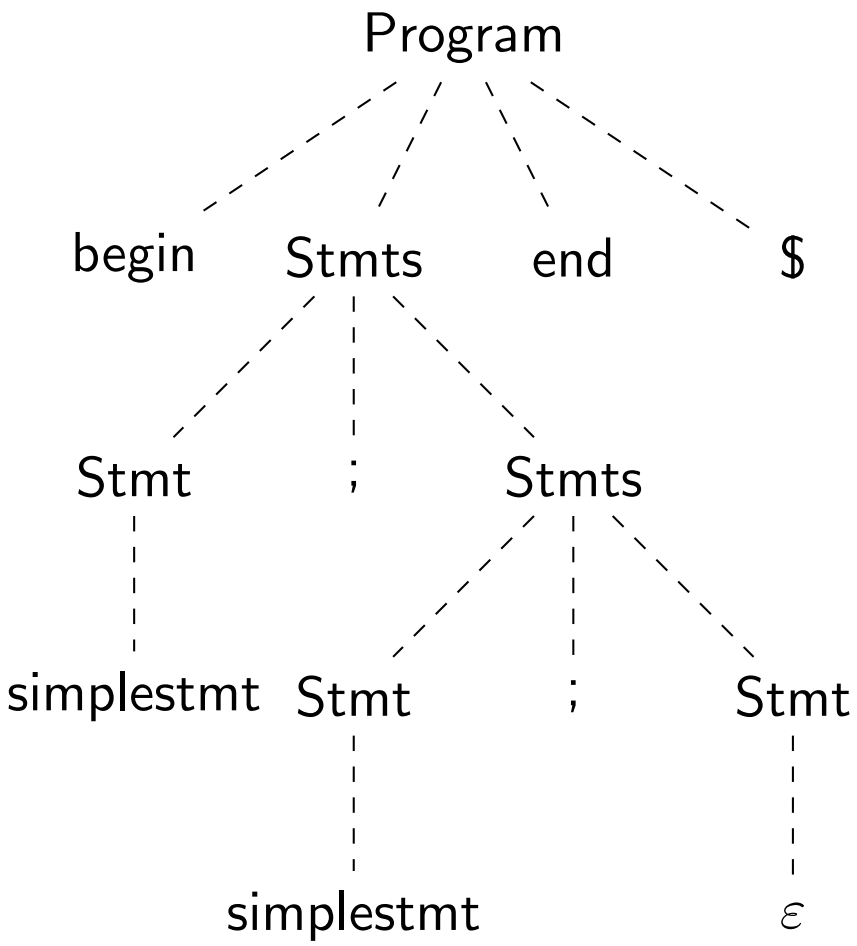


Figura: Expansão top-down

Exemplo: top-down

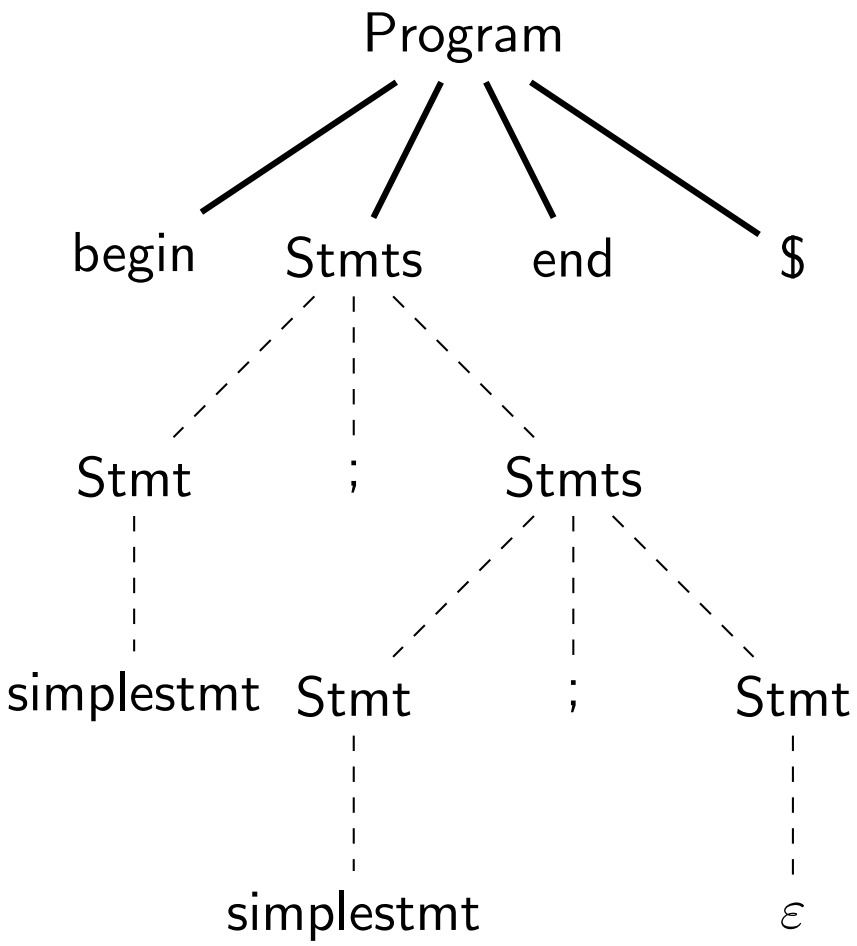


Figura: Expansão top-down

Exemplo: top-down

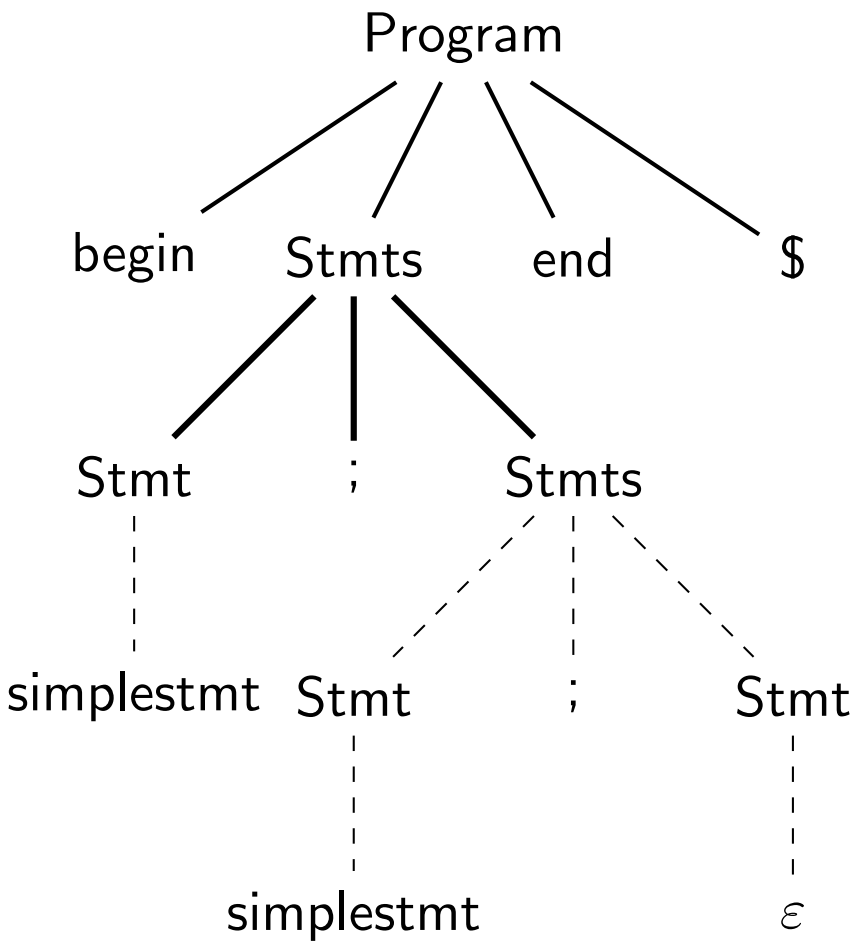


Figura: Expansão top-down

Exemplo: top-down

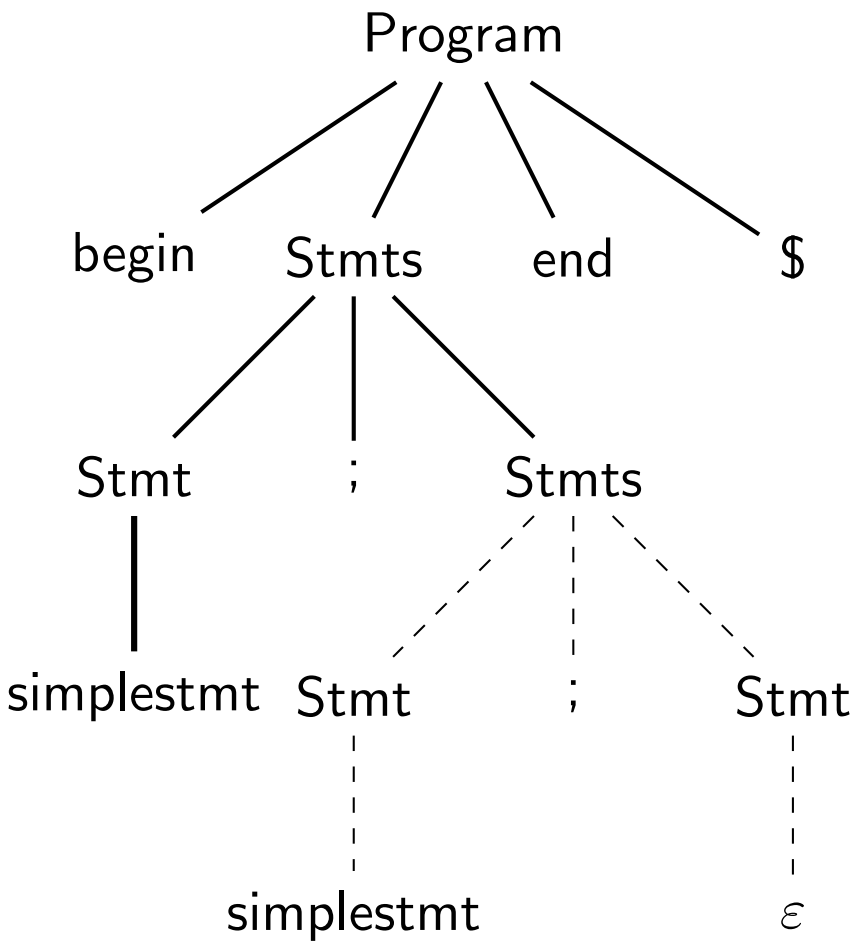


Figura: Expansão top-down

Exemplo: top-down

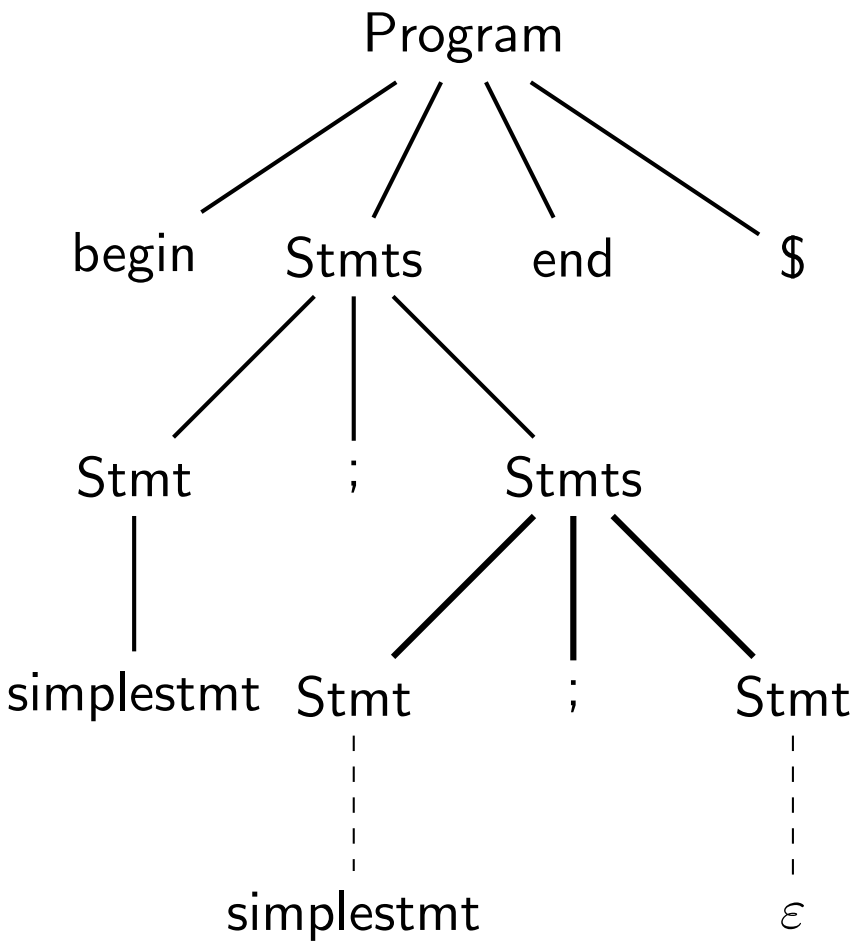


Figura: Expansão top-down

Exemplo: top-down

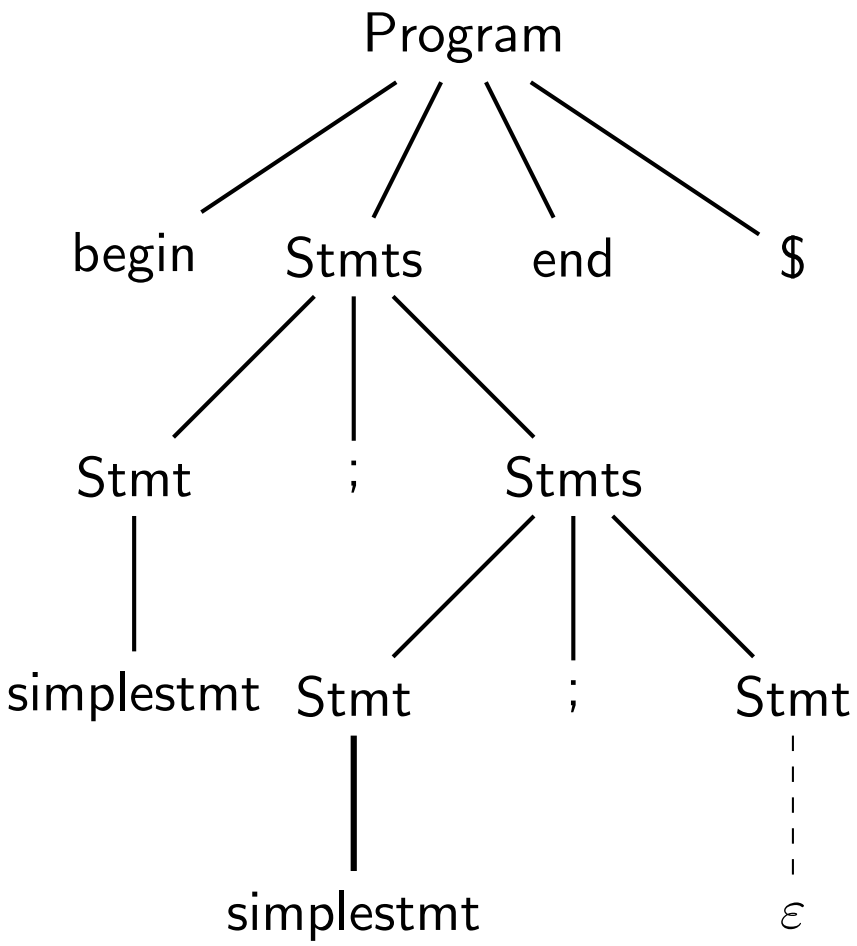


Figura: Expansão top-down

Exemplo: top-down

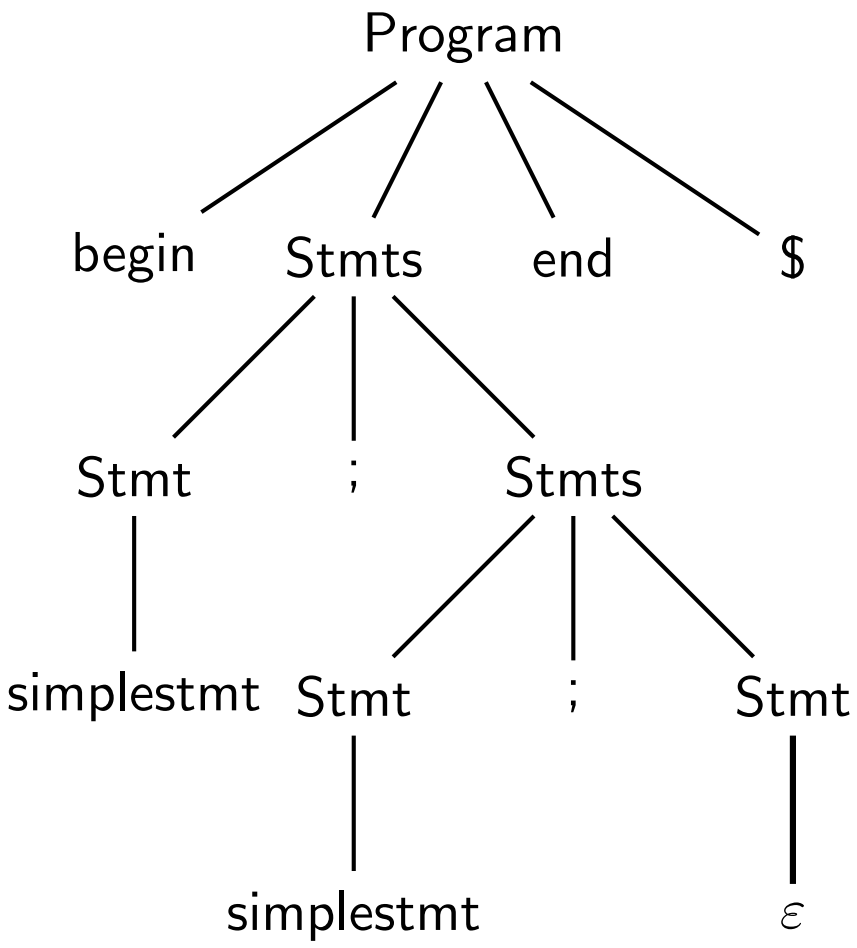


Figura: Expansão top-down

Exemplo: top-down

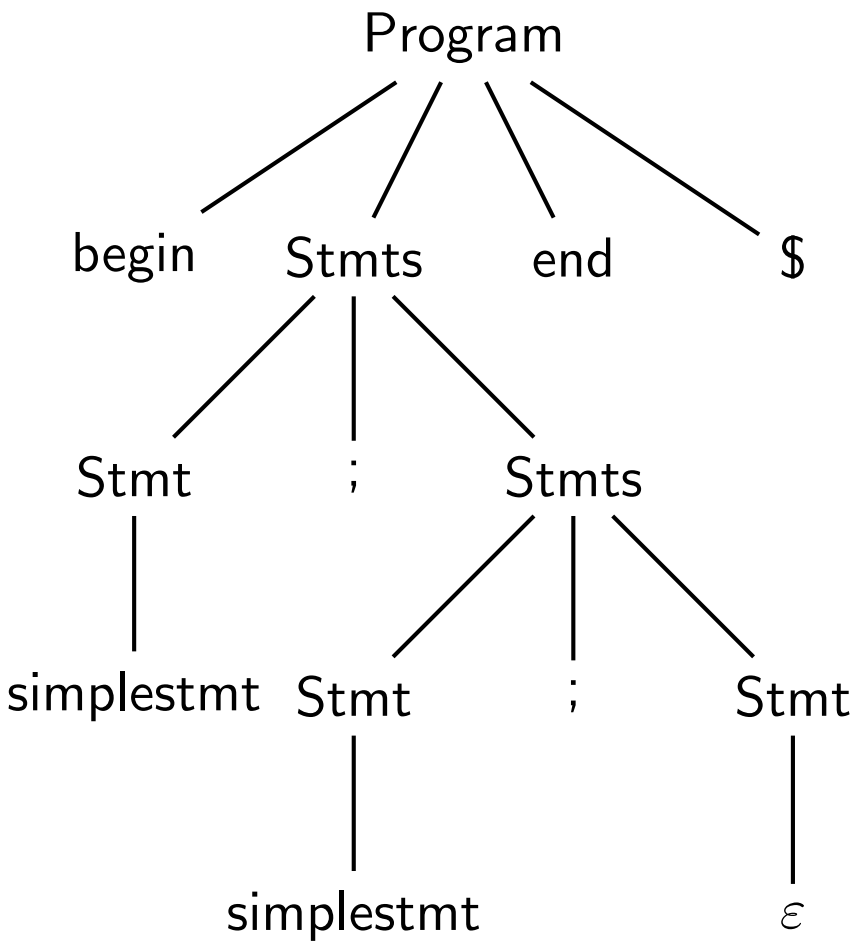


Figura: Expansão top-down

Exemplo: bottom-up

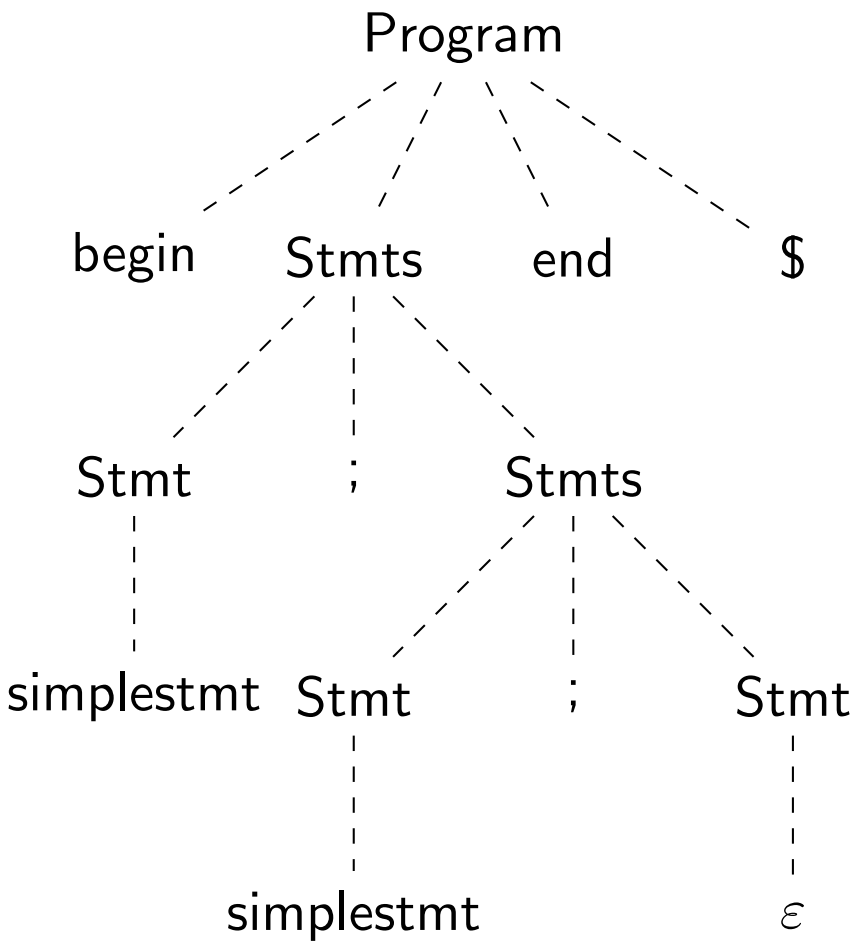


Figura: Expansão bottom-up

Exemplo: bottom-up

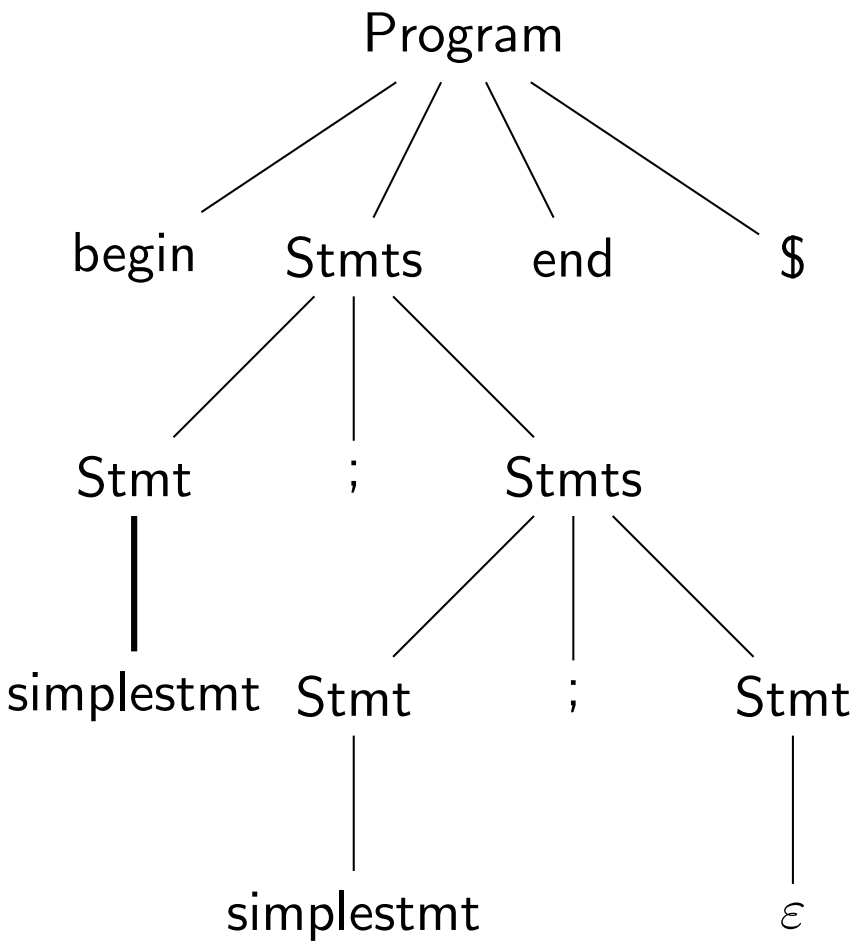


Figura: Expansão bottom-up

Exemplo: bottom-up

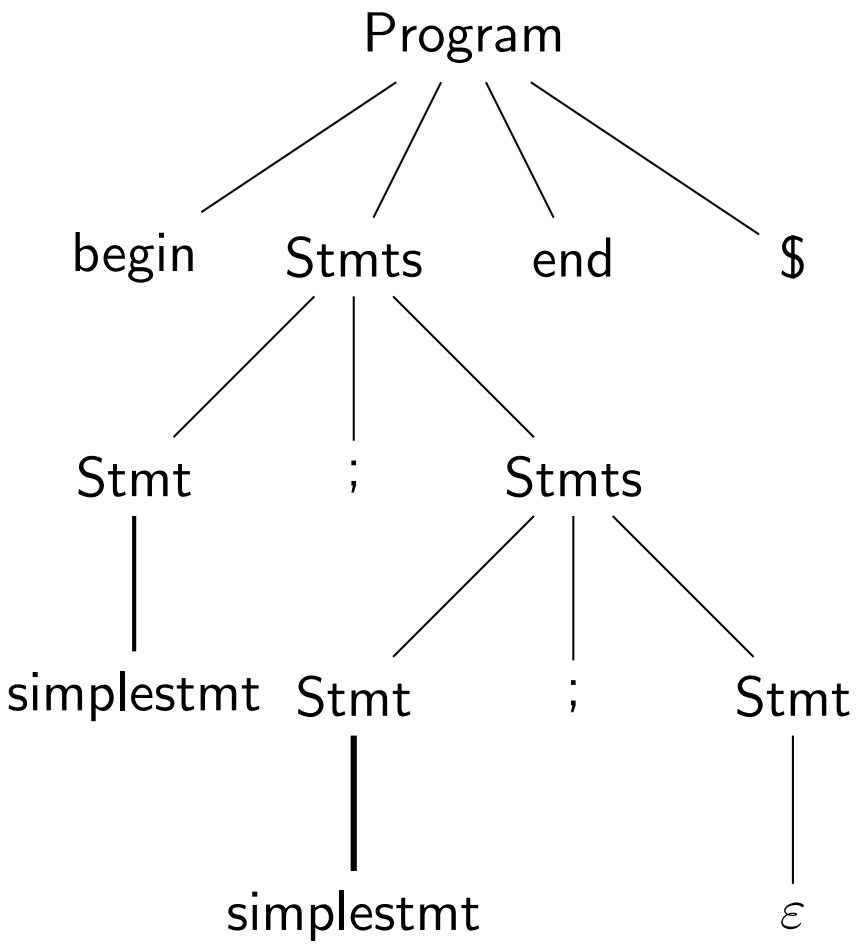


Figura: Expansão bottom-up

Exemplo: bottom-up

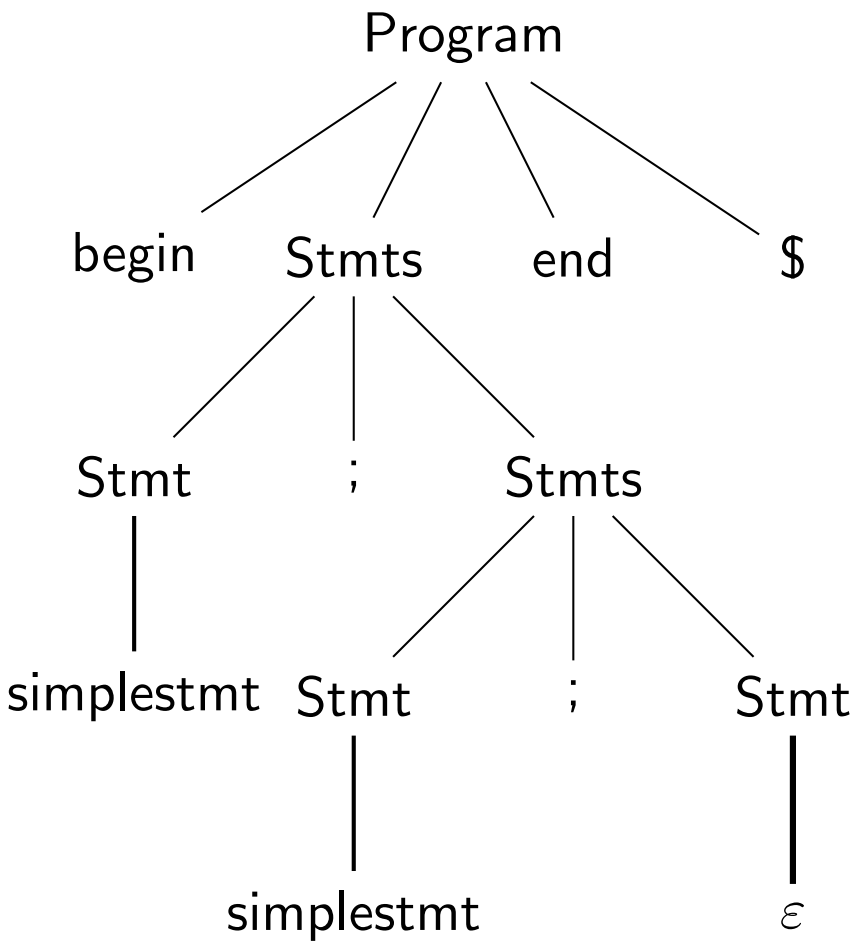


Figura: Expansão bottom-up

Exemplo: bottom-up

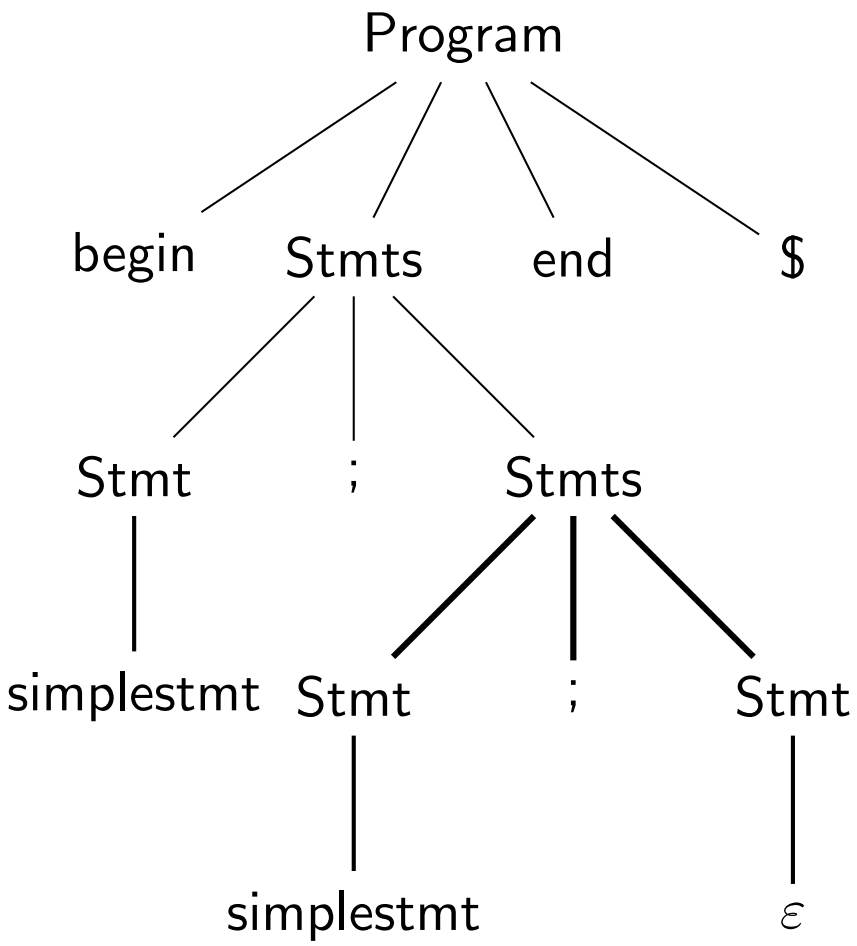


Figura: Expansão bottom-up

Exemplo: bottom-up

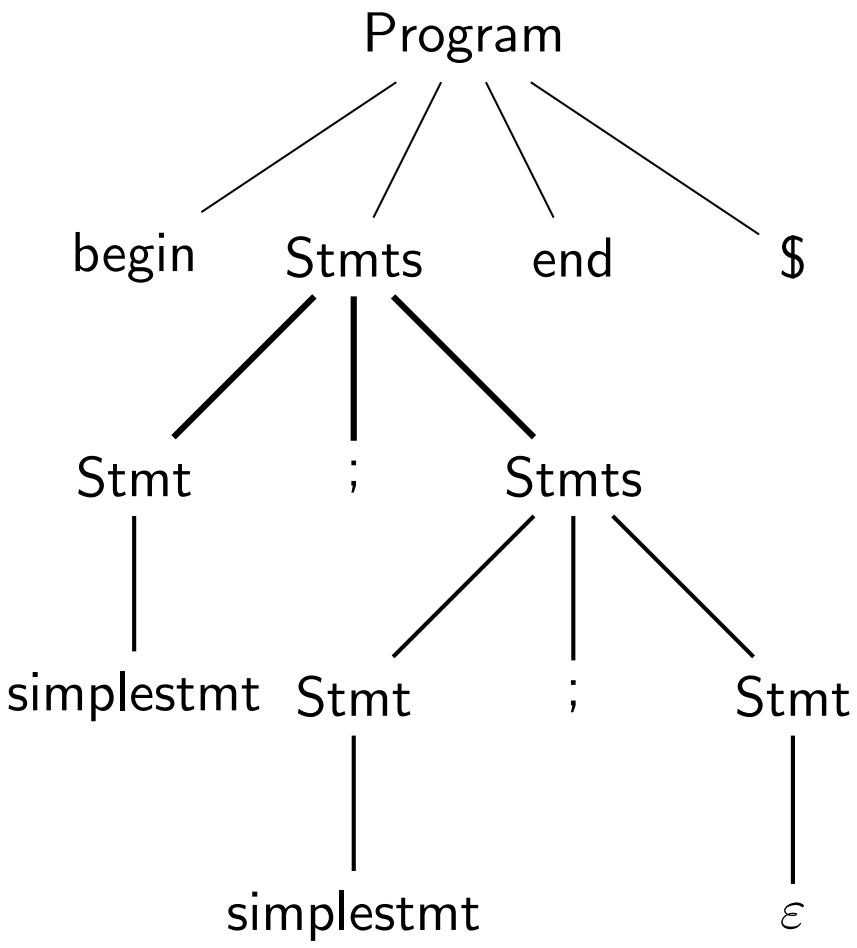


Figura: Expansão bottom-up

Exemplo: bottom-up

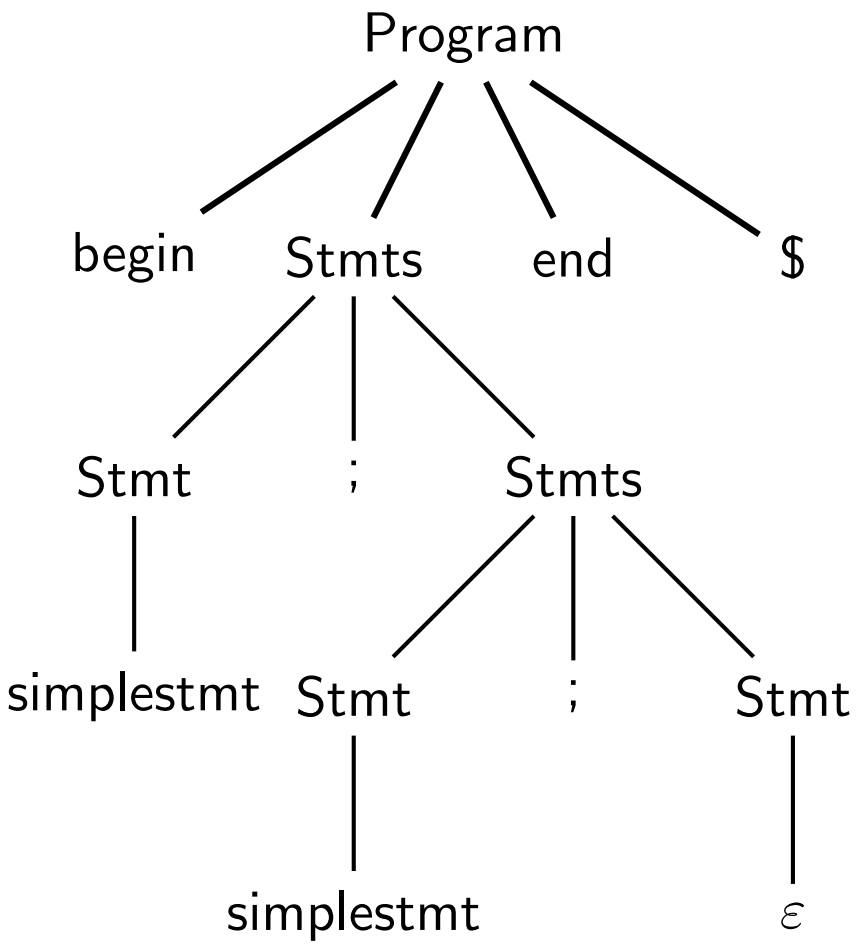


Figura: Expansão bottom-up

Exemplo: bottom-up

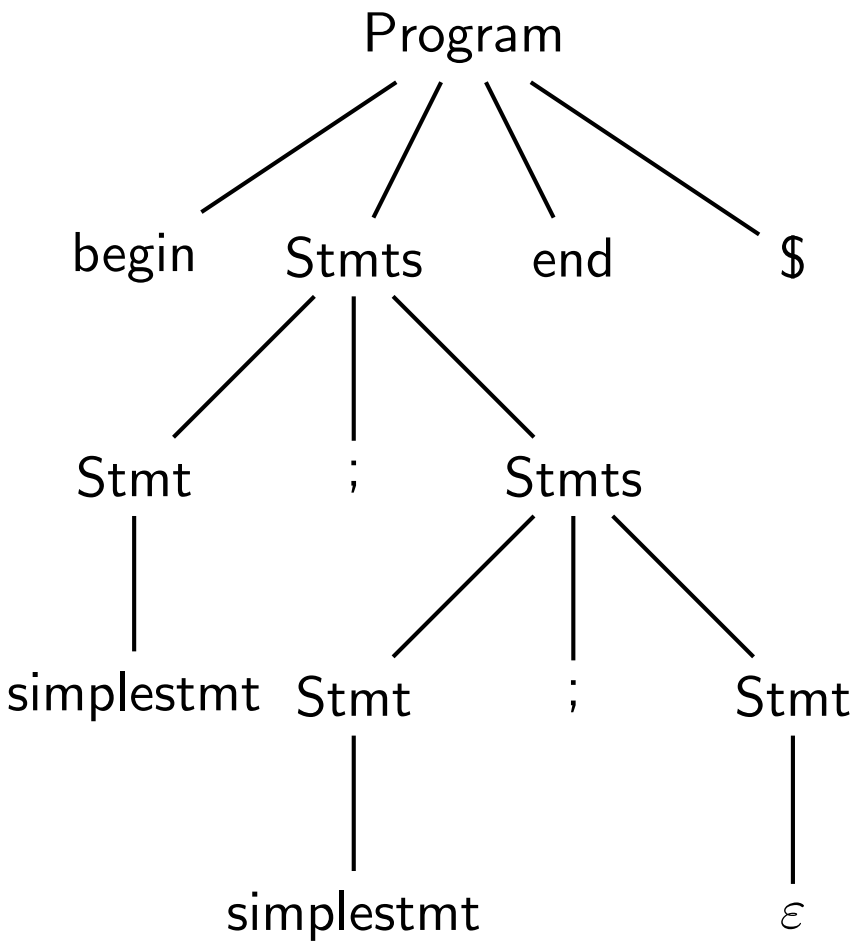


Figura: Expansão bottom-up

Técnicas de análise sintática

- A grande parte das técnicas de análise sintática também são caracterizadas como LL (top-down) e LR (bottom-up).
- O primeiro símbolo indica como a sequência de tokens produzida pelo analisador léxico é encarada. Se for L, indica que a sequência é inspecionada da esquerda para a direita. Se for R, a sequência é inspecionada da direita para a esquerda.
- O segundo símbolo indica se derivações mais à esquerda (L) ou à direita (R) são produzidas.
- Portanto, um analisador LL é um analisador que processa a sequência de tokens da esquerda para direita enquanto busca realizar derivações mais à esquerda para verificar se a sequência está gramaticalmente correta.

Técnicas de Análise Sintática

LL(k) ou LR(k)

Denotamos por LL(k) ou LR(k) se k é o número de símbolos de *lookahead* utilizados para realizar a análise.

Esta quantidade diz respeito ao número de tokens, além do token atual, que o analisador utiliza para fazer suas escolhas.
Analisadores LL(1) e LR(1) são os mais comuns.

Sumário

Introdução

CFG

Propriedades

Técnicas

Algoritmos

Algoritmos

- Nesta seção examinaremos diversos algoritmos que atuam sobre gramáticas.
- Estes algoritmos são importantes para construção de um analisador sintático.

Algoritmos

Para padronizar a discussão, relembremos os seguintes conceitos:

- Conjunto: coleção não ordenada de elementos distintos.
- Lista: coleção ordenada de elementos. Os elementos podem ocorrer múltiplas vezes.
- Iterador: enumera o conteúdo de uma lista ou conjunto.

Algoritmos

- Uma produção $A \to X_1 \ldots X_m$ de uma gramática é identificada através do não-terminal A e do seu lado direito, que é representado através de uma lista de elementos (símbolos terminais e não terminais).
- A palavra vazia ε não é representada explicitamente como um símbolo. Uma produção do tipo $A \to \varepsilon$ tem como o seu lado direito a lista vazia.

Algoritmos

Operações Básicas

- $\textsc{grammar}(\mathrm{S})$: cria uma nova gramática com símbolo de início S.
- $\textsc{add-production}(\mathrm{A}, \mathrm{rhs})$: cria uma nova regra de produção com o não-terminal A como LHS e rhs como sendo a sequência de símbolos a ser adiconada na lista da regra de produção. Retorna um descritor para a regra de produção.
- $\textsc{add-nonterminal}(\mathrm{A})$: adiciona o não-terminal A ao conjunto de não terminais e retorna um descritor para o não-terminal adicional. Caso A esteja no conjunto de terminais, um erro é reportado.

Algoritmos

Operações Básicas

- ADD-TERMINAL(x): adiciona x ao conjunto de terminais e retorna um descritor para o terminal adicionado. Um erro é reportado se x se encontra no conjunto de não-terminais.
- IS-TERMINAL(X): retorna verdadeiro se X é um terminal, e falso caso contrário.

Algoritmos

Operações Básicas

- TERMINALS(): retorna um iterador para o conjunto de terminais.
- PRODUCTIONS(): retorna um iterador para cada produção, sem uma ordem específica.
- NONTERMINALS(): retorna um iterador para o conjunto de não-terminais.

Algoritmos

Operações Básicas

- $\text{RHS}(\text{p})$: retorna um iterador para o lado direito de uma regra de produção descrita por p.
- $\text{LHS}(\text{p})$: retorna o não-terminal da regra de produção descrita por p.
- $\text{PRODUCTIONS-FOR}(\text{A})$: retorna um iterador que visita cada produção que tenha como lado esquerdo o não-terminal A.

Algoritmos

Operações Básicas

- $\text{RHS}(\text{p})$: retorna um iterador para o lado direito de uma regra de produção descrita por p.
- $\text{LHS}(\text{p})$: retorna o não-terminal da regra de produção descrita por p.
- $\text{PRODUCTIONS-FOR}(\text{A})$: retorna um iterador que visita cada produção que tenha como lado esquerdo o não-terminal A.

Algoritmos

Operações Básicas

- $\textsc{occurrences}(\mathrm{X})$: retorna um iterador que visita cada ocorrência de X no lado direito de todas as regras. Em outras palavras, retorna um iterador para todos os pares (p, i), em que p é o descritor de uma produção em que X ocorre como i-ésimo símbolo do lado direito.
- $\textsc{production}(\mathrm{O})$: retorna um descritor para a regra $A \to \alpha$, em que α contém uma ocorrência O de algum símbolo do vocabulário da gramática.
- $\textsc{tail}(\mathrm{p}, \mathrm{i})$: Dada uma regra de produção p que descreve $A \to X_1 \ldots X_m$, retorna $X_{i+1} \ldots X_m$.

Sumário

Algoritmos
- Derivação de string vazia
- FIRST
- FOLLOW

Derivação da string vazia

- Um dos algoritmos mais comuns sobre gramáticas é verificar se um não-terminal deriva uma string vazia.
- Não é trivial, pois a derivação pode levar mais de um passo.
- Exemplo: $\mathrm{A} \Rightarrow \mathrm{BCD} \Rightarrow \mathrm{BC} \Rightarrow \mathrm{B} \Rightarrow \varepsilon$

Derivação da string Vazia

A ideia do algoritmo é seguinte:

1. Primeiro marcamos com falso todos os símbolos nao-terminais para indicar que nenhum deles deriva ε.
2. Depois verificamos, para cada produção, se seu lado direito corresponde à ε. Se for o caso, marcamos o não-terminal associado como verdadeiro e o incluímos em uma fila. Caso contrário, guardamos em uma variável $\mathrm{cont}[p]$ o tamanho da sequência do lado direito da produção.

Derivação da string Vazia

A ideia do algoritmo é seguinte:

3. Enquanto a fila não estiver vazia, retiramos um não-terminal X da fila e, para cada produção p em que X ocorre do lado direito, decrementamos $\mathrm{cont}[p]$ de 1. Se $\mathrm{cont}[p]$ chegou a zero, é porque o não-terminal associado àquela produção também deriva a string vazia e ele deve ser incluído na fila.
4. Ao final do processo, todas os não-terminais que derivam ε estarão marcados com verdadeiro.

Derivação da string vazia

Algorithm 1: DERIVES-EMPTY-STRING()

```
foreach A ∈ NONTERMINALS() do
    symbolDerivesEmpty[A] ← False ;
foreach p ∈ PRODUCTIONS() do
    cont[p] ← |RHS(p)|;
    CHECK-EMPTY(p);
while not Q.EMPTY() do
    X ← Q.POP();
    foreach occ ∈ OCCURRENCES(X) do
        p ← PRODUCTION(occ);
        count[p] ← count[p] − 1;
        CHECK-EMPTY(p);
```

Derivação da string vazia

Algorithm 2: CHECK-EMPTY(p)

```
if cont[p] = 0 then
    A ← LHS(p);
    if not symbolDerivesEmpty[A] then
        symbolDerivesEmpty[A] ← True;
        Q.PUSH(A)
```

Derivação da string vazia

- Podemos adaptar o algoritmo anterior para incluir um vetor que indica, para cada produção, se ela deriva ou não ε.
- Basta manter uma variável $\mathrm{ruleDerivesEmpty}$ e marcar a regra como verdadeira quando o contador para a regra chegar a 0.

Derivação da string vazia

Algorithm 3: DERIVES-EMPTY-STRING()

```
foreach A ∈ NONTERMINALS() do
    symbolDerivesEmpty[A] ← False ;
foreach p ∈ PRODUCTIONS() do
    ruleDerivesEmpty[p] ← False;
    cont[p] ← |RHS(p)|;
    CHECK-EMPTY(p);
while not Q.EMPTY() do
    X ← Q.POP();
    foreach occ ∈ OCCURRENCES(X) do
        p ← PRODUCTION(occ);
        count[p] ← count[p] − 1;
        CHECK-EMPTY(p);
```

Derivação da string vazia

Algorithm 4: CHECK-EMPTY(p)

```
if cont[p] = 0 then
    ruleDerivesEmpty[p] ← True;
    A ← LHS(p);
    if not symbolDerivesEmpty[A] then
        symbolDerivesEmpty[A] ← True;
        Q.PUSH(A)
```

Sumário

Algoritmos
Derivação de string vazia
FIRST
FOLLOW

FIRST

- Um conjunto muito utilizado pelos analisadores sintáticos é o First
- Corresponde ao conjunto de todos os símbolos terminais que iniciam uma dada forma sentencial derivável de uma string α.
- Formalmente:

$$\text{First}(\alpha) = \{a \in \Sigma | \alpha \Rightarrow^* a\beta\}$$

FIRST

$\mathrm{First}(\alpha)$ pode ser computado da seguinte forma:

- Se α começa com um símbolo $a \in \Sigma$, então $\mathrm{First}(\alpha) = \{a\}$.
- Caso contrário, α começa com um não-terminal, digamos X. Devemos computar, recursivamente $\mathrm{First}(\mathrm{rhs})$ para cada rhs, lado direito de uma produção com o não-terminal X. Cada um desses conjuntos integrará $\mathrm{First}(\alpha)$.
- Se X ainda deriva ε, é necessário aplicar, recursivamente o procedimento para o símbolo que sucede X em α.
- Temos que ter um cuidado de marcar os não-terminais como visitados para evitar um loop infinito.

FIRST

Algorithm 5: FIRST(α)

```
foreach A ∈ NONTERMINALS() do
    visited[A] ← False;
return INTERNAL-FIRST(α)
```

FIRST

Algorithm 6: INTERNAL-FIRST(Xβ)

```
if Xβ = [ ] then return ∅;
if IS-TERMINAL(X) then return {X};
ans ← ∅;
if not visited[X] then
    visited[X] ← True;
    foreach p ∈ PRODUCTIONS-FOR(X) do
        rhs ← RHS(p);
        ans ← ans ∪ INTERNAL-FIRST(rhs);
if symbolDerivesEmpty[X] then
    ans ← ans ∪ INTERNAL-FIRST(β);
return ans
```

Sumário

Algoritmos
- Derivação de string vazia
- FIRST
- FOLLOW

FOLLOW

- Outra operação muito importante nos analisadores sintáticos é determinar o conjunto de terminais que se encontram imediatamente a direita de um não-terminal em alguma forma setencial.
- Estamos interessados em quais terminais podem ser gerados a partir de uma expansão de um não-terminal qualquer.
- Em outras palavras:

$$\mathrm{Follow(A)} = \{b \in \Sigma \mid \mathrm{S} \Rightarrow^{+} \alpha \mathrm{A} b \beta\}$$

- Esta operação está sempre definida, pois as gramáticas incluem o símbolo especial $ de fim de entrada. Qualquer não-terminal, com exceção de S, deve ser seguido por algum não-terminal.

FOLLOW

Para computar $\mathrm{Follow(A)}$, realizamos o seguinte:

- Para toda ocorrência (p, i) de A no lado direito de uma regra de produção, computamos $\textsc{first}(\textsc{tail}(\mathrm{p,i}))$. Pela definição de First, os símbolos achados nesse processo devem estar em $\mathrm{Follow(A)}$.
- Caso a cauda de cada ocorrência de A derive uma string vazia, então realizamos o procedimento recursivamente para o não-terminal que derivou essa ocorrência de A. Isto procede pois se temos $\mathrm{X} \Rightarrow^{+} \alpha A \beta$, $\beta \Rightarrow^{+} \varepsilon$, e $\mathrm{S} \Rightarrow^{+} \gamma X \delta$, os símbolos terminais que seguirão de X também seguirão de A.
- Para evitar um loop infinito, marcamos cada não-terminal visitado.

FOLLOW

Algorithm 7: FOLLOW(A)

```
foreach A ∈ NONTERMINALS() do
    visited[A] ← False;
return INTERNAL-FOLLOW(A)
```

FOLLOW

Algorithm 8: INTERNAL-FOLLOW(A)

```
ans ← ∅;
if not visited[A] then
    visited[A] ← True;
    foreach (p, i) ∈ OCCURRENCES(A) do
        ans ← ans ∪ FIRST(TAIL(p, i));
        if ALL-DERIVE-EMPTY(TAIL(p, i)) then
            lhs ← LHS(PRODUCTION(p, i));
            ans ← ans ∪ INTERNAL-FOLLOW(lhs);
return ans
```

FOLLOW

Algorithm 9: ALL-DERIVE-EMPTY(γ)

```
foreach X ∈ γ do
    if IS-TERMINAL(X) or not symbolDerivesEmpty[X] then
        return False
return True
```