



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília – Câmpus Taguatinga  
Ciência da Computação – Análise de Algoritmos  
Prova I – 1º/2019 – Notação Assintótica, Relações de Recorrências e Ordenação  
Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

Aluno: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

Data: 10 de abril de 2019

|                               |
|-------------------------------|
| Duração da prova: 120 minutos |
|-------------------------------|

Tabela de notas (uso exclusivo do professor)

| Questão | Pontos | Nota |
|---------|--------|------|
| 1       | 3      |      |
| 2       | 2      |      |
| 3       | 2      |      |
| 4       | 2      |      |
| 5       | 2      |      |
| Total   | 11     |      |

## Observações

- Esta prova tem o total de 3 páginas (incluindo a capa) e 5 questões.
- O número total de pontos é 11.
- Certifique-se de assinar todas as folhas de resposta bem como a capa da prova.
- Leia atentamente todas as questões da prova. A interpretação do problema é crucial para o desenvolvimento correto da resposta.
- Resoluções sem justificativa não serão consideradas.
- É vedado o uso de equipamentos eletrônicos, como celulares, notebooks entre outros.
- A prova será **anulada** e medidas disciplinares serão tomadas para os alunos que “colarem” durante a avaliação.

★ Certifique-se de assinar todas as folhas de resposta.

---

**Questão 1** (3 pontos)

Suponha o seguinte algoritmo que converte uma string de 0s e 1s para um número inteiro decimal:

---

**Algorithm 1:** BIN2DEC-HELPER( $V, i, power$ )

---

```
1 if  $i = -1$  then
2   return 0
3 else
4   if  $V[i] = '1'$  then
5      $bit \leftarrow 1$ ;
6   else
7      $bit \leftarrow 0$ ;
8   return  $bit \cdot power + \text{BIN2DEC-HELPER}(V, i - 1, power \cdot 2)$ 
```

---

---

**Algorithm 2:** BIN2DEC( $V$ )

---

```
1  $n \leftarrow V.\text{SIZE}()$ ;
2 return BIN2DEC-HELPER( $V, n - 1, 1$ )
```

---

Levando em consideração que a string binária  $V$  a ser convertida para decimal tem tamanho  $n$ :

- (a) ( $1\frac{1}{2}$  pontos) Modele o custo do algoritmo de conversão através de uma relação de recorrência.
- (b) ( $1\frac{1}{2}$  pontos) Ache uma cota superior justa em termos de  $O$  a partir da equação modelada para expressar o custo total do algoritmo.

**Questão 2** (2 pontos)

Um pesquisador finlandês chamado Dääs desenvolveu um método de ordenação baseado em comparações recursivo com a seguinte relação de recorrência para o tempo do algoritmo:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 6T(\frac{n}{7}) + \Theta(n), & n > 1 \end{cases}$$

É possível que este método esteja correto? Justifique a sua resposta.

**Questão 3** (2 pontos)

Descreva, em português, um algoritmo que resolva o problema de achar os  $k$  menores elementos de um vetor de tamanho  $n$  em tempo  $O(n \lg k)$ , justificando seu custo. Assuma que  $k \leq n$ .

**Dica:** utilize o conceito de Heap.

**Questão 4** (2 pontos)

Analise as seguintes relações de recorrência em termos da notação  $\Theta$ :

- (a) (1 ponto)

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 3T(\sqrt[3]{n}) + \lg n, & n > 1 \end{cases}$$

★ Certifique-se de assinar todas as folhas de resposta.

---

(b) (1 ponto)

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 100T(n/10) + \Theta(n), & n > 1 \end{cases}$$

**Questão 5** (2 pontos)

De acordo com a notação assintótica.

- (a) (1 ponto) Se  $f(n) = 3^{\lg n}$  e  $g(n) = n$ , demonstre que  $f(n) \in \omega(g(n))$ .  
(b) (1 ponto) Se  $f(n) = 2^n$  e  $g(n) = n^n$ , demonstre que  $f(n) \in O(g(n))$ .

I'm experienced now, professional.  
Jaws been broke, been knocked down  
a couple of times, I'm bad! Been  
chopping trees. I done something new  
for this fight. I done wrestled with an  
alligator. That's right. I have  
wrestled with an alligator. I done  
tussled with a whale. I done  
handcuffed lightning, thrown thunder  
in jail. That's bad! Only last week I  
murdered a rock, injured a stone,  
hospitalised a brick! I'm so mean I  
make medicine sick!

---

Muhammad Ali