Relações de Recorrência: Método da Iteração

Análise de Algoritmos – Ciência da Computação

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília, Campus Taguatinga

Sumário

Método da Iteração

Método da Iteração

- O método da Iteração consiste em expandir a relação de recorrência de modo a encontrar uma fórmula **fechada** que expresse o crescimento da função associada à recorrência.

Método da Iteração

Método da Iteração

Resolva a seguinte recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ T(n-1) + n, & n > 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n-1) + n \\ &= T(n-2) + (n-1) + n \\ &\vdots \\ &= 1 + 2 + \ldots + (n-1) + n \\ &= \tfrac{n(n+1)}{2} \in \Theta(n^2) \quad \diamond \text{ Soma da PA} \end{aligned}$$

Método da Iteração

Método da Iteração

- Muitas das vezes, não é possível encontrar uma fórmula fechada para a recorrência devido a termos estarem expressos através da notação assintótica.
- Neste caso, podemos achar um chute inicial para o método da substituição usando uma aproximação obtida pelo método da iteração.

Método da Iteração

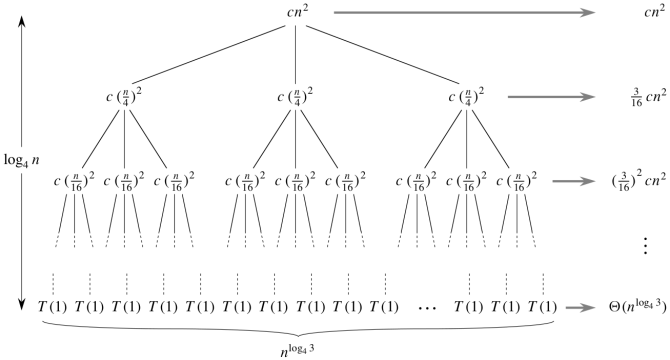
Exemplo

Resolva a recorrência:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(1), & n = 1 \\ 3T(n/4) + \Theta(n^2), & n > 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} T(n) &= 3T(n/4) + cn^2 \\ &= 3T(n/16) + cn^2 + 3c(n/4)^2 \\ &= 3T(n/64) + cn^2 + 3c(n/4)^2 + 9c(n/16)^2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Árvore de Recursão



Método da Iteração

Método da Iteração

Resolva a recorrência:

$$
\begin{aligned}
T(n) &= \sum_{i=0}^{\log_4 n} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) && \diamond\ (3^{\log_4 n}) \text{ folhas} \\
&< \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{3}{16}\right)^i cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \\
&= \frac{1}{1-\left(\frac{3}{16}\right)} cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) && \diamond\ \text{Soma da PG} \\
&= \frac{16}{13} cn^2 + \Theta(n^{\log_4 3}) \in O(n^2)
\end{aligned}
$$

Agora podemos usar o método da substituição